Le Fevre, Jacques d'Étaples

# Musica libris quatuor demonstrata.

problemata περὶ φωνῆς simul ... XI apud Arist. περὶ ἁρμονίας sect. XIX.




PARISIIS.

Apud Gulielmum Cauellat, in pingui Gallina, ex aduerso collegii. Cameracensis.

1552.

Cum priuilegio.

GVLIELMVS CAVELLAT BIBLIO
pola, Candido Lectori S.

INterfui multorum colloquiis candide lector, qui mirabantur mathematicas reliquas studiosè coli, vnicam musicē deseri, & quasi inutilem, aut illiberalem iacere: quæ apud veteres tantum studij ac venerationis erat assequuta, vt nemo citra huius cognitionem satis liberaliter eruditus haberetur. Audio Platonem ac reliquos authores classicos, vix ac ne vix quidem ab eo qui musicam non didicisset intelligi. Id quod vel vnum excitare debuerat omnium amorem ac studium in rem tam necessariam. Non dubito ab his qui serio Philosophantur retineri & haberi magno in pretio: sed eam sicut reliquas mathematicas publicè doceri non video. Quid caussæ est? an arcana magis esse debet reliquis? an pauci multis inuidere tantum bonum debent? Intelligo Latinorum musicorum magnam penuriam, eorū præsertim qui artem calluerint, & methodo scripserint, exemplaria non adeo multa & ea non satis emendata, quę causa videri potest, cur musice minus sit frequens. Quare cum prouentum mathematicarum plurimum desiderem. Offero tibi elementa musica Iacobi Fabri in hoc genere scribendi vt audio pręstantissimi: quę tibi gratissima ac vtilissima fore confido, si nulla sit doctrina melior, quàm quę per elementa traditur. vale ac fruere.

Iacobi

Iacobi Fabri Stapulensis Elementa musicalia, ad clarissimum uirum Nicolaum de Haqueuille, Inquisitorium Præsidentem.

Decreueram, clarissimè uir, nulli meas Elementorum musicalium, qualescunque sunt, prius dicare uigilias: quàm probatas cognouissem: quãuis id me minime lateret, demonstrationes, in quibus uel solis uis scientiæ consistit, non probari non potuisse. Verùm si præsentium iudicia parui ducis, reputásque: hi tibi ex antiquis summopere musicos commendare labores iure ualebunt.

| | | |
|---|---|---|
| Mercurius. | Tamyras. | Ptolemeus. |
| Orpheus. | Hismenias Thebanus. | Eubolides. |
| Pythagoras Samius. | Terpander Lesbius. | Hippasus. |
| Amphion Thebanus. | Lycaon samius. | Aristoxenus. |
| Linus. | Prophrastus Periotes. | Philolaus Pythagoricus. |
| Arion Lesbius. | Estiacus Colophonius. | Archítas Tarentinus. |
| Mydas Phrygius. | Timotheus Milesius. | Albinus. |
| Corebus Lydius. | Nicomachus. | Diuus Seuerinus Boetius. |
| Hyagnis Phryx. | Plato. | |
| Marsias. | Aristoteles. | |

Et similium quàmplurimi: quos omnes eterna memoria disciplinarum eblanditissima Musica reddidit insignes. inter quos, duos præceptores meos Iacobum Labinium, & Iocobum Turbelinum annumero: tanquam ea arte posteritati uicturos. Commendant & eam mirifici eius effectus. Pythagorici enim animorum ferociam tibiis fidibúsque emolliebant. Asclepiades frementis uulgi seditiones, crebro cantu compescuit: idémque tuba surdis medebatur. Damon Pythagoricus, ebrios & proinde petulantes adolescentes, grauioribus modulis, ad temperantiam reduxit. Febrem & uulnera, musica modulatione curauit antiquitas. Eadem quoque suauitate ischiadis, coxendicumque dolores emendauit: quod Hismenias Thebanus tentasse memoratur. Theophrastus, ad animi perturbationes moderandas, musicos adhibuisse memoratur modulos. Nec iniuria quidem. Est enim Musica, ut quædam moderationis lex atque regula. Quamobrem bono iure eos ridebat Diogenes Musicos, qui cum citharam ad harmonicos consensus haberent temperatam, animum gererent incompositum, & prorsus harmonia uitæ destitutum. Xenocrates, organicis modulis, lymphaticos liberauit. Tales Cretensis, suauitate citharæ, morbos, pestilentiámque fugauit. Terpander, & Arion, Aones, & Lesbios cantu à grauissimis morbis leuasse, diuus Seuerinus autor est. Herophilus medicus, egrorum uenas mu-

 sicis

ficis pensiculabat numeris. Timotheus autē musicus, dum uoluit efferatum reddidit Alexandrum, ad armáque furentem: atque alias cum libuit, ab armis ad conuiuia retraxit emollitum. Thracius Orpheus, ferarum sensus fidibus, cantúque inflexit. hoc est, ferinos hominum mores leges ad citharam canendo ad moderatam humanitatem reduxit. Cerui fistulis capiuntur: studióque modulationum detinentur. Cygni hyperborei: citharę cantibus alliciuntur. Elephantes indi: organica dulcedine permulcentur. Auiculę: fistulis irretiuntur. Teneros adhuc infantium sensus: permouent cantus, crepitaculáque uagientium sedant. Delphinos: suis sibi fidibus conciliauit Arion. Serpentes: cantibus rumpuntur. Sepultorum manes: cantibus [illegible]tantur. In actiaco littore mare citharam personare memoratur. Megaris citharam personat saxum: & ad cuiuslibet pulsantis ictum fidicinat. Et possem pleráque talia, uir clarissime, ad musicam commendationem adducere. at tot, tantísque & recentium & priscorum commendatam authoritatibus: tibi nunc ab me atque bonarum litterarum studiis dicatam disciplinam, equo suscipias animo; tuis auspiciis lucem habituram. Et me unum inter tuos clientulos tuarum uirtutum, tuíque nominis obseruatorem esse cognoscito. Vale.

¶ Iacobus Stapulensis Iacobo Labinio & Iacobo Turbelino Musicis: suis charissimis praeceptoribus.



Vod inter oratorem atque rhetora: id inter cantorem & musicum interesse uolunt. neque oratorem quemquam dici mereri: qui idem rhetor non sit. ita uestrum semper iudicium fuit: ut ne cantor quidem dici mereatur unquam, qui idem musicus non fuerit, pulchre mimos, & histriones à cantorum honesto cetu sequestrantes tanquam Epicureos à sobria mensa, castóque philosophorum dogmate. nec iniuria, nam Homerus diuinus poeta ubique doctum & seria modulatum introducit cantorem: ut apud Odysseam ubi Penelopen Phemium fidicinem ad neruos uerba mouentem his uerbis allocutam effingit.

Praeterea illachrimans diuum est affata canentem.
Phemi multa tenes hominum mulcentia pectus
Facta hominum atque deum: & quae laudem authoribus addunt.
Ex iis pange aliquid.

Et quales Homerus probat: uos minime tales esse dubito, ut qui dudum à uobis prima musices rudimenta perceperim. Quapropter ad uos nostros labores examinandos committo. quos eo libentius me suscepisse fateor: quo musicalem scientiam neque apud graecos neque latinos quidem unquam elementis traditam esse legerim, at intro-

at introductiones quamplurimas. inter quas ea omnium nobilissima est, quam diuus Seuerinus Boetius sui monumentum reliquit : quem unum in hac re praesertim delegi meorum studiorum ducem. Si ergo probaueritis: satis mihi est. In re enim nostra malumus aliorum iudicia sequi, quàm propria probare. Valete.

| Antiqui qui de musica scripserunt. | | Insignes ex recentioribus qui de eadem scripsere. |
|---|---|---|
| Democritus | Plato | Albinus |
| Heraclides Ponticus | Aristoteles | Diuus Seuerinus |
| Timotheus Milesius | Theophrastus | Basilius |
| Philolaus Pythagoricus | Nicomachus | Hilarius |
| Archytas Tarentinus | Aristoxenus | Augustinus |
| Duo Theodori | Ptolomeus | Ambrosius |
| Xanthus Atheniensis | | Gelasius. |

Argumentum quatuor librorum musices.

¶Primus liber interualla musicis modulationibus accommoda discutit. multiplex: duplare, triplare, quadruplare. superparticulare: sesqualterum, sesquitertium, sesquioctauum, bis sesquioctauum, ter sesquioctauum, quater sesquioctauū, quinquies & sexies sesquioctauum.

¶Secundus: de tono, integro toni dimidio, semitonio minore, semitonio maiore, commate, schismate, atque diaschismate.

¶Tertius: de sesquitono, ditono, diatessaron, diapente, diapente & tono, diapason, diapason & trisemitonio, diapason & ditono, diapason & diatessaron, diapason & diapente, diapason diapente & tono, disdiapason, ac integro toni & consonantiarum omnium dimidio. Et de maximarum harmoniarum consonantiis, & quarundam medietatum.

¶Quartus de monochordo, tetrachordo, pentachordo, heptachordo, octochordo, pentadechordo, diatonicis, chromaticis, enarmonicis melodiis. Et de melodiarum modis. & haec sub breuitate contracta: argumentum libri sunto.

# ¶ Iacobi Fabri Stapulensis elementorum musicalium ad clarissimum uirum Nicolaum de Haqueuille Præsidentem Parisiensem liber primus.



Nnteruallum, est soni grauis, acutique spaciorum habitudo.
Spacium uocamus neruum, chordam, expiratum aerem, & quicquid simile est, a quo sonum elicimus.
Multiplex interuallum, est quoties maius spacium continet minus pluries. ut bis, & duplex interuallum dicitur. ut tertio, & dicitur triplex. ut quarto, & quadruplex nuncupatur. & hoc pacto deinceps.
Interuallum superparticulare, est cum maius continet minus, & partem eius aliquam.
Pars, est quæ metitur totum, ipsum aliquoties sumpta restituens.
Si maius continet minus & eiusdem dimidium, sesqualterum nominatur interuallum.
Si maius continet minus & minoris partem tertiam: dicitur sesquitertium.
Si uero continet minus & eiusdem minoris partem octauam: epogdoum, sesquioctauúmque nominatur. Et ita reliqua superparticularia interualla, per facile est diffinire: sed parum musico conducunt proposito.
Superpatiens autem diceretur interuallum, si maius contineret minus & minoris partes aliquot, quæ partem unam non efficiunt.
Numeri sunt adinuicem primi, quos sola metitur unitas.

## Dignitates.



Vicquid metitur alterum, metitur & omne mensuratum ab illo. 1
Compositum, in ea resoluitur simplicia, ex quibus compouitur. 2
Cuiuslibet numeri pars: est unitas, ab eo denominata. 3
Vnitas in quemcunque numerum ducta, ipsum prrducit. 4
Quicquid metitur detractum & residuum: metitur & totum. 5
Quecunque uni & eidem æqua sunt, & ea inter se sunt æqua. 6
Et quæ inter se sunt æqua eiusdem sunt æque multiplicia, aut sub multiplicia. 7
Eorum quorum tota sunt æqua, & dimidia sunt æqua. 8
Quicquid bis auctum aliquid transcendit, id ultra illius dimidium esse necesse est. 9
Et quod duplicatum non implet integrum, id profecto non continet dimidium. 10
Omne totum est maius sua parte. 11

Petitiones

## Petitiones.

1 *Data æquali chorda, quæ spacij ad spacium proportio est, eam esse & soni ad sonum.*
2 *Inter numeros sola unitate distantes, nullum intercipi posse medium.*
3 *Spacium quodlibet, in quotlibet æquas partes diuidere.*
4 *Totum ad suam partem, & laxius ad se tensum, grauiorem sonum edere.*
5 *Omnem proportionem esse tanquam numeri ad numerum.*
6 *Si numerus numerum datum multiplicet, idémque productum diuidat, numerum datum redire.*
7 *Si numerum datum numerus diuidat, & quod prouenit rursus multiplicet: numerum datum redire.*
8 *Extremorum proportionem, ex mediorum proportionibus ut suis partibus, esse compositam.*

*Extremi ordinatarum proportionum: maximus, minimúsque terminus intelliguntur.*

Scientia subalternata, qualis ad arithmeticam musica est, principiis & demonstratis scientiæ prioris subalternantísque vtitur: at studuimus vt quàm fieri potest rarissimè in hac disciplina fiat: verum plerumque vbi oportunum videbitur, alio quàm in arithmeticis factum est vtemur demonstrandi modo: quo singula magis ex propriis facta videantur: quamuis arithmetico suffragio atque iis quæ in arithmeticis monstrata sunt, eadem promptius faciliúsque fierent. attamen quando id fiet & quādo non, sequentibus demonstrationibus cuilibet pérquam perspicuum euadere poterit.

1 *Si interuallum multiplex binario multiplicetur, id quod fit ex hac multiplicatione interuallum multiplex est.*

| d | e | c | |
|---|---|---|---|
| 16 | 8 | 4 | Multiplex exduplatione. |
| 4 | 2 | | Multiplex interuallum. |
| A | B | | |

Interuallum binario multiplicare, est interualli habitudinem duplare: quæ quo pacto duplanda sit, dudum tertia propositione quinti arithmetices notum esse potest. vt si a b sit

interuallum quodcunque quod binario multiplicare iubeamur: ipsum per tertiam quinti multiplicabimus si ducimus a in se & b in se proueniántque d c erítque productorum d & c duplex interuallum interuallo producentium a b. Quia si rursum ducimus a in b proueniátque productum e: erit per sextam quarti quæ proportio d ad e eadem e ad c & interuallum d c in duo equa partitum. Sed esto nunc vt interuallum a b sit multiplex queádmodum proponit propositio quod modo paulo ante dicto, binario multiplicetur, sitque duplum d c & ea proportio d ad e & e ad c: dico interuallum d ad c esse multiplex. Nam cum a ad b multiplex sit interuallum: cum geminatur manifestum est multiplex addi multiplici. quare per vicesimam secundam noni arithmetices statim notum est interuallum compositum multiplex esse. & propositum. Sed idé aliter hic demonstratur. Quoniá enim quæ proportio a ad b ea est d ad e & e ad c. nam vtraque proportionis duplate a ad b medietas. Proportio autem a ad b posita est multiplex: igitur & proportio d ad e multiplex est. metitur igitur per diffinitioné multiplicis: e ipsum d vel bis vel ter vel deinceps. Et eodem quoque iure c toties metitur ipsum e. quare & c per primum communem conceptum etiam metitur ipsum d. Quicquid enim alterum metitur: metitur & omne quod mensuratum est ab illo. est itaque per diffinitionem interuallum d c multiplex. quod erat ostendendum.

¶ *Si fuerint termini proportionaliter constituti: cum primus fuerit ultimo comparatus, si primus ultimum fuerit mensus, metietur & secundum.* 2

| 2 | 4 | 8 | 1 | 2 | 4 | A b c tres termini ꝓpor |
|---|---|---|---|---|---|---|
| a | b | c | d | e | f | tionales quorũ nũerat b. |

¶ Tametsi hanc decimatertia quarti demonstret sufficienter: eam tamen amplius hoc in loco volumus manifestare. Sint enim a b c termini proportionaliter constituti & a numeret c: dico idem a numerare b. capio enim d e f terminos in ea proportione minimos. Quoniam enim d ad e vt a ad b: & e ad f vt b ad c. igitur per equam proportionalitatem quam vicesimaprima secundi arithmetices monstrat: d ad f vt a ad c. sed a per hypothesim metitur c: igitur & d metietur f. At quia d e f positi sunt in sua proportione minimi: ergo per quintam quarti d & f sunt adinuicem primi. Et cum d seipsum metiatur pariter & f: per diffinitionem

finitionem d est unitas. At vero cum unitas sit omnis numeris pars: d ergo metietur e. Et cum a ad b ut d ad e: metietur igitur a ipsum b secundum terminum, quod erat cognoscendum atque propositum.

¶ Si interuallum binario multiplicatum, multiplex effecerit interual-
3 lum: ipsum quoque multiplex erit.

| | | | |
|---|---|---|---|
| 2 | 4 | 8 | A b interuallum binario multipli- |
| a | b | c | catum multiplex efficiens. |

*¶ Hæc est conuersa primæ: cuius hæc est ratio. Nam cum interuallum compositum multiplex sit & per secundam communem scientiam resoluatur in id interuallum ex cuius multiplicatione (crescit siquidem compositum omne: in ea simplicia dissoluitur ex quibus coalitum, concretum, compositumque esse cognoscitur) per sexagesimam noni interuallum simplex multiplex erit. At id idem aliter ostenditur. Nam si a b c geminatum interuallum sit multiplex sic ut c multiplex sit ad a & ea proportio a ad b & b ad c: quoniam c ad a erit multiplex, a per diffinitionem metietur ipsum c. quare & per præcedentem a metietur ipsum b. est igitur interuallum simplex b ad a per diffinitionem multiplex. & propositum.*

¶ Si terminorum interualli primus ad secundum comparatus, sese ut
4 tertius ad quartum habuerit: quot proportionaliter medij primo & secundo, totidem tertio & quarto interuenire necesse est.

*Et mediũ proportionale inter d & f tertiũ & quartũ: ut b inter primũ & secũdũ*

| | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 27 | 18 | 12 | | 18 | 12 | 8 | | 9 | 6 | 4 | | 2 |
| A | b | c | | d | e | f | | g | h | k | | l |

*¶ Hanc duodecima quarti monstrat. cuius adhuc hic ut ad sequentia momentum habens: cognitio promptior habeatur, repetitur demonstratio.*

*¶ Sit a cuiuscunque interualli primus terminus ad c secundum, ut d tertius ad f quartum: & sit b medius proportionaliter constitutus inter a & c. dico etiam inter d & f interuenire unum proportionaliter medium. Capio enim per sextam quarti g h k tres minimos secundum proportionem a ad b: & argumentor ex uicesimaprima secundi per æquam proportionalitatem g ad h ut a ad b & h ad k ut b ad c. igitur g ad k ut a ad c. quare & ut d ad f. at si d & f sunt iidem termini cum g k: manifestum iam est inter d & f interuenire unum proportionaliter medium.*

ſin minus: ergo per decimamnonam tertij arithmetices g & k metientur d & f æqualiter. ſitque id ſecundum l. duco ergo l in g h & k & proueniant d e f: per ſeptimam ſecundi d ad e ut g ad h, & e ad f ut h ad k. quare e interuenit proportionaliter medius terminis d & f. quod erat demonſtrandum.

❡Superparticularis interualli medius numerus: neque vnus neque plures proportionaliter interuenient. 5

Quia proportio ſuperparticularis: in duo æqua diuidi non poſſit.

| | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 27 | | 18 | | | | | | A c ſpacium ſuperparticulare. |
| A | b | c | | d | e | g | f | D e f tres minimi proportiōis a ad b. |

❡Hanc intelligimus: nullum ſuperparticulare interuallum in duas aut plures interuallorum habitudines proportioneſque ſecabile eſſe. quod demonſtratione proximè ſubiuncta pérquam facilè liquebit.

❡Sit a c interuallum ſuperparticulare quod diuidatur in duo æqualium habitudinum ſpacia a b & b c certis conſtitutiſque numeris ſi poſſibile eſt. ſitque iccirco ut a ad b ita b ad c. capio per ſextam quarti arithmetices d e f tres minimos continuè proportionales in proportione a ad b. & quia d ad e ut a ad b & e ad f ut b ad c: ergo per æquam proportionalitatem d ad f ut a ad c. atqui a ad c poſitum eſt ſuperparticulare interuallum: igitur & d ad f eſt ſuperparticulare. At uero quoniam d e f ſunt tres illius habitudinis minimi termini: igitur d & f primus & ultimus per quintam quarti ſunt adinuicem primi. At cum d monſtratus ſit ſuperparticularis ad f: per diffinitionem d continet f & eius partem quæ ideo per diffinitionem metitur f. Et ſi ea pars ſit numerus cum ea etiam per communem conceptum metiatur d: metietur enim ſe partem detractam & reſiduum quod æquum eſt f. non erunt ergo d & f adinuicem primi: cuius oppoſitum iam monſtratum eſt & impoſſibile. erit ergo ea pars unitas. Tunc addo unitatem ipſi f & fiat g: ut g & f ſolius unitatis diſcrimine diſtent. mox argumentor d ad f ut g ad f. ſed inter d & f poſitus eſt unus interuenire medius. igitur per præcedentem & inter g & f numeros ſola unitate diſtantes interuenit intercipitúrque aliquis numerus medius. quod per ſecundam petitionem eſt impoſſibile. non igitur ſuperparticularis interualli unus medius interuenit numerus. neque quoque eodem argumento interuenient plures. Et hanc etiam demonſtrat ſexageſimaprima noni. Et ex hac quoque cognoſcitur: reprehenſionem demonſtrationis Architæ, quòd nulla ſuperparticularis in duo æqua diuidi poſſit quam tertio inſtitutionis muſicæ capite undecimo uidetur diuus Seuerinus adducere, non tam eſſe diui seuerini quàm Nichomachi aut aliorum

*liorum quos interpretatur elegantissime. qui & simile in plerisque tum arithmeticæ tum musicæ institutionis locis fecisse comperitur. Et non uerentur quidam (pace omnium dixerim) eius libros perlustrare non ut sciant sed ut exsurculent & canino more si quid hians, subsultánsque appareat: altius dentem infigant, mordeant & reprehendant & sanctum & uenerabile Philosophiæ nomen & suorum conuiciis lacerent, & quod aliorum uicium est (si quod est) diui Seuerini exclament errorem faciántque aliorum crimine reum. & cum nihil norint, uolunt litterarios duces insectando, carpendo, laniando omnia scire uideri: atque supra Philosophicos uertices sese gloriabundos extollere, faciúntque quod est apud Comicum ne intelligendo ut nihil intelligant. quos idem statim ut maledicere desinant ammonet: malefacta ne cognoscant sua. Sed hæc præter præsentis negocij officium. de Philosophis enim qui recte fuerit natura instituti: uel absque monitione semper recte cogitabunt. qui enim secus faciunt: ab eorum se segregant consortio, & ut Philosophi, quales se uideri uolunt, non amplius esse cognoscantur necesse est.*

6 ¶Si interuallum non multiplex binario multiplicetur: id quod fit ex hac multiplicatione neque multiplex est, neque superparticulare.

| | | | |
|---|---|---|---|
| 9 | 6 | 4 | A c interuallũ neque multiplex neque superparticulare. |
| A | b | c | A c duplatũ interuallũ a b quod quidẽ est nõ multiplex. |

*¶Sit interuallum non multiplex a b: & duplum sit a c. ita ut ea sit proportio a ad b & b ad c: dico interuallum a c neque multiplex esse neque superparticulare. quoniam si a c primo ponatur multiplex: ergo per tertiam præsentis & a b interuallũ erit multiplex. at positum est nõ multiplex. Et si secundo dixeris a c esse interuallum superparticulare, cum sit a ad b ut b ad c: erit interualli superparticularis medius proportionalis terminus. quod per præcedentem est impossibile. est itaque notum si interuallum non multiplex binario multiplicetur: compositum interuallum minimè aut multiplex aut superparticulare esse & propositum.*

7 ¶Si interuallum binario multiplicetur, atque id quod ex ea multiplicatione creabitur multiplex non sit: ipsum quoque non erit multiplex.

*¶Hæc est conuersa præcedentis. Sit ergo superioris propositionis figura in qua interuallum a c proueniat ex duplatione habitudinis interualli a b: & non sit a c interuallum multiplex. dico itidem interuallum a b non esse multiplex. Nam si a b interuallũ multiplex est: cum a c per hypothesim ex interuallo a b binario multiplicato surgat: ergo per primam præsentis interuallum a c multiplex erit. at positũ est non*

multiplex. ergo si interuallum non multiplex ex alicuius interualli binario multiplicatione nascatur. neque ipsum quoque ex cuius multiplicatione ortum est multiplex erit quod erat monstrandum.

A numero partium superparticularis interualli, quæ in vnum adacte, totum restituunt & numero vno maiore: quot interualli maiores termini simul, minoribus simul acceptis respondeant, cognoscuntur.

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| A | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| B | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| C | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| D | 3 | 4 | 5 | 6 | | o | 9 |

Sit a ad b interuallum superparticulare: manifestum est per diffinitionem superparticularis a continuere b & unam partium b. ea igitur pars secundum numerum c, constituat suum totum b, & sit d numerus uno maior c: dico a sumpta secundum numerum c, æqua esse b sumptis secundum d. Nam a secundum c sumpta: continent b secundum c sumpta & insuper partes b sumptas secundum c. Atqui positum est eas secundum c constituere unum b. igitur a secundum c sumpta: continent b sumpta secundum numerum uno maiorem c. At uero d positus est numerus uno maior c. ergo a sumpta secundum c: continent b sumpta secundum d. quod erat monstrandum. Et si exemplarem requiris declarationem, si a ad b interuallum est sesqualterum: quoniam a sesqualterū est ad b, ergo a continet b & eius dimidium. & duo dimidia per commune proloquium: suum totum reddunt. dico ergo duo a tantū esse quantū tria b. quoniā enī duo a continēt duo b, & insuper duo dimidia b quæ unū b restituunt: ergo duo a continent tria b, tribúsque euadunt æqualia. Et si a ad b est sesquitertiū: a continet totum b & tertiam partem b. at tres tertiæ b æque sunt uni b, ergo superiore argumento, tria a continent quatuor b, quatuórque euadunt æqualia. imo data quacunque superparticulari, maiores termini secundū proportionis minorem numerum: æquantur minoribus terminis secundum proportionis maiorem numerum sumptis. ut si a ad b sit sesquiquinta: quoniam minimi sesquiquintæ sunt 6 & 5. idcirco quinque a æqui sunt sex b. & in non minimis, quoniam 12 & 10 sunt termini sesquiquintæ, 10 a æquantur 12 b. Et si a ad b sit sesquioctaua: quoniam minimi sesquioctauæ sunt 9 & 8, idcirco 8 a tantum sunt quantum nouem b. Et quia rursum 18 ad 17 sesquioctaua: ideo sexdecim a æqui sunt 18 b. & ita in cæteris. Sed si id non modo particulariter sed & uniuersaliter contemplari cupis: id uniuersaliter uerum erit.

Data

9 ¶Data quacunque proportione: maiores termini ſecundum numerũ minorum ſumpti, æqui ſunt minoribus ſecundum numerum maiorum ſumptis.

| | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| a Supp̄ti | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | Mlti | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | Supp̄ | 5 | 7 | 9 | 11 |
| b cular. | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | plices | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | tiẽtes | 3 | 4 | 5 | 6 |

*¶Vt ſit a ad b quæcunque proportio, & a maior terminus: b uero minor. dico a ſumptos ſecundum b numerum minorem: æquos eſſe b ſumptis ſecundum a numerum maiorem. Nam per octauam primi arithmetices, quod fit ex a in b: æquum eſt ei quod fit ex b in a. At uero quod fit ex a in b: ſunt a ſumpti ſecundum b. & quod fit ex b in a ſunt b ſumpti ſecundum a, igitur a ſumpti ſecundum b: æquantur b ſumptis ſecundum a. & in quibuſlibet alijs, eadem eſt demonſtratio & propoſitum.*

10 ¶Cum aliquot maiores termini aliquot minoribus æqui ſunt: ea vnius maiorum ad vnum minorum reperitur proportio, quæ & numeri minorum collectorum ad maiorum collectorum numerum.

*¶Hec eſt conuerſa præcedentis. Quoniam per præcedentem minores collecti ſecundum numerum maiorem: æqui ſunt maioribus ſecundum numerum minorum collectis. Sed numerus maiorum eſt unus terminus maior. ergo eadem eſt proportio unius maiorum ad unum minorum: que numeri minorum collectorum ad numerum maiorum collectorum. ¶ Et quanquam hæ duæ ultimæ concluſiones faciles ſunt: uſus tamen earum paulo latentior eſt. Per primam enim earum quæ nona eſt habemus ſi numerus maior ad minorem ſeſqualter eſt, ut trium ad duo, duo maiores æqui ſunt tribus minoribus. Et ſi maior ad minorem ſeſquitertius ut 4 ad 3: tres maiores æqui ſunt quatuor minoribus. Et ſi maior ſeſquiquartus ut 5 ad 4: quatuor maiores æqui ſunt quinque minoribus. Si uero maior ſeſquioctauus: octo maiores æqui ſunt nouem minoribus. & ita in conſimilibus. In multiplicibus autẽ ſi maior duplus eſt ut duorum ad unum: unus maior æquus eſt duobus minoribus. Si triplus: unus maior æquus eſt tribus. Si quadruplus: unus, æquus eſt quatuor. Si octuplus: unus æquatur ad octo. In ſuperpartientibus uero conſimile eſt. ut ſi maior eſt ſuperbitertius ut 5 ad 3: tres maiores æqui ſunt quinque minoribus. Si ſupertriquartus ut 7 ad 4: quatuor maiores æqui ſunt ſeptem minoribus. Si uero ſuperoctupartiens ut 17 ad 9: nouem maiores, æqui ſunt decem & ſeptem minoribus. & hoc pacto in reliquis. ¶Ex ultima autem, hanc in ſuperparticularibus utẽdi regulam elicimus. Si duo maiores æqui ſunt tribus minoribus, quatuor ſenis, ſex*

 *nouenis.*

nouenis octo duodenis: unus maiorũ ad unũ minorũ sesqualter est. Et si tres æqui sunt quaternis, sex octonis: maior ad minorẽ est sesquitertius. Si quatuor maiores æqui sunt quinque minoribus aut octodenis: unus maiorum unius minorũ est sesquiquartus, Si uero octo maiores nouem minoribus sunt æqui: unus maiorum ad unum minorum cognoscitur sesquioctauus. In multiplicibus. si unus binis, duo quaternis, tres senis æqui sunt: maior minoris est duplus. Si unus ad tres, duo ad sex: unus maior minoris est triplus. si unus ad quatuor, & duo ad octo: unus maiorũ ad unum minorum est quadruplus. Si uero unus ad octo, duo ad sedecim: maior minoris est octuplus. In superpartientibus. si tres maiores æqui sunt quinis minoribus, aut sex denis: unus maior ad minorem est superbitertius. Si quatuor maiores septem minoribus: maior minoris est supertriquartus. Si uero nouem æqui sunt ad decem & septem: maior minoris est superoctupartiens. Et in compositis numeris si mile est. ut si duo a æqui sunt quatuor b & dimidium unius, quemadmodum in duobus coniunctis sesqualteris. quoniam quatuor & unius dimidium ad duo duplum sunt & sesquiquartum: iccirco unus a ad unum b duplus est atque sesquiquartus. Si tres a æqui sunt ad quinque b & tertiam unius, ut in duobus sesquitertys. quoniam quinque & tertia unius: continent tres semel, duas tertias & unam nonam. proinde unus a: continebit b unum, duas eius tertias & unam eius nonam. Si quatuor æqui sunt ad sex & quartam unius: ut in duobus iunctis sesquiquartus. quoniam sex & quarta unius: continent quatuor, dimidium, & decimam sextam ex quatuor: ideo unus maior continet minorem semel, eius dimidium, & eius unam decimam sextam. Si uero octo ualent decem & octauam unius ut in duobus sesquioctauis. quoniam decem continent octo: & quartam, & octaua unius ad octonos una est sexagesima quarta. ideo unus maiorum continet minorem semel, eius quartam partem, & eius sexagesimam quartam. Et si compositionis series protensior euadit: ut si duo a æqui sunt sex b, medietati unius & quartæ ut in coniunctione trium sesqualterorum. quoniam sex continent duos ter & dimidium unius est quarta pars duorum, & quarta pars unius est octaua pars duorum. idcirco unus a triplex est b unius insuper quartam atque octauam partem b continens. Et si tres æqui sunt ad septem & nonam unius: quod in tribus sesquitertiis coniunctis euenit. quoniam septem bis continent tres, & trium tertiam partem: & nona unius ad tres est uicesima septima. ideo unus maiorum continet minorem bis, eius tertiam, & eius uicesimamseptimam. Et si quatuor æqui sunt septem dodranti unius hoc est tribus quartis & insuper decimæ sextæ unius: ut in coniunctione trium sesquiquartorum. quoniam septem continent semel quatuor & tres quaternarij partes: & tres quartæ unius ad quatuor sunt tres decimæ sextæ, & decimasexta unius est ad quatuor una sexagesima quarta, idcirco unus maior continet unum

minorem

minorem semel, & dodorantem, & tres decimassextas atque unam sexagesimam quartam. Si uero octo æqui sunt ad undecim, tres octauas unius & unam sexagesimamquartam: ut in tribus sesquioctauis coniunctis. quoniam undecim continent semel octonarium & octonarij tres partes: & tres octauæ unius sunt ad octo tres sexagesimæquartæ, & una sexagesima quarta ad octo est una quingentesima duo decima. hinc fit ut unus maiorum contineat minorem semel, tres eius octauas, tres sexagesimasquartas & unam quingentesimam duodecimam. Et hæc adiecimus quo usus harum duarum ultimarum in sequentibus patentior, manifestiórque habeatur.

11 ¶Duplex interuallum: ex duobus maximis superparticularibus, sesqualtero atque sesquiterno coniungitur.

| | | | |
|---|---|---|---|
| 6 | 4 | 3 | A c duplex interuallum. |
| a | b | c | A c sexqualter. b c sexquitertius. |

¶ Sint a b c interuallũ. a quidem sesqualter ad b, b uero sesquitertius ad c, dico a duplũ esse ad c. Quoniam enim a sesqualter est ad b: ergo per octauã huius duo a æqui sunt ad tres b. & rursus quia b sesquitertius ad c: igitur per eandẽ tres b, æqui sunt quatuor c & tres b positi sunt æqui duobus a. duo igitur a æqui sunt ad quatuor c. cũ quæcũque uni eidémque æqualia sunt: inter se sint & æqualia. & quatuor numerus minorum collectorũ: duplex est duorũ numeri scilicet collectorũ maiorum. igitur per præcedentem unus a: duplex erit ad unum c. quod erat demõstrandum. potes & hoc ultimum etiã demõstrari. Quoniam enim duo a æqui sunt quatuor c: unus a per octauum proloquium æquus esse duobus c. quorum enim tota æqua sunt: & eorum quoque dimidia sunt æqua. at duo c: dupli sunt unius. igitur & unus a, duobus c æquus: duplex erit c unius. quod fuisset monstrandum.

12 ¶Ex duplici interuallo atque sesqualtero: triplex nascitur interuallũ.

| | | | |
|---|---|---|---|
| 6 | 3 | 2 | A c triplex interuallum. |
| a | b | c | A b duplex interuallum. b c sesqualterum. |

¶ Sint a b c interuallum: & a quidem ad b c duplex, & b ad c sesqualter. dico a eius quod est c triplicem esse. quoniam enim a ad b duplex est: ergo a per diffinitionem continet bis b. igitur a æquatur duobus b. & quia b sesqualter est ad c: igitur b continet c, & eius partem dimidiam. ergo per octauam huius duo b æqui sunt tribus c: & duo b æqui erant uni a. igitur & tres c æqui erunt uni a. tres autem: triplex sunt unius. igitur per decimam, unus a: triplex est unius c. quod erat demonstrandum.

¶ Duo duplicia interualla: quadruplex coniungunt interuallum. 13

| | | | |
|---|---|---|---|
| 4 | 2 | 1 | A b duplex interuallum. b c consimiliter duplex. |
| a | b | c | A c geminatum duplex interuallum. |

¶ *Sit a duplex ad b: & b duplex ad c. dico quoniam a quadruplex est ad c nam quia a duplex est ad b: igitur duo b æqui sunt uni a. & rursus quia b duplex est ad c: igitur duo c æqui sunt uni b. & si duo c æqui sunt uni b: quatuor c æqui erunt duobus b. at duo positi sunt æqui uni a: igitur & quatuor c æquabuntur uni a. at quatuor quadruplum sunt unius. igitur per decimam unus a: quadruplex est unius c. quod erat ostendendum.*

¶ Terminum reperire: ad quem quotcunque volumus. liceat superparticulares assignare. 14

| | | | |
|---|---|---|---|
| 9 | 8 | 6 | A ad c sesqualter. |
| a | b | c | B ad c sesquitertius. |

¶ *Sit propositum terminum reperire: ad quem sesqualterum & sesquitertium ualeamus assignare. Capio duo & tria numeros denominantes partes sesqualteri atque sesquitertij: duo siquidem sesqualterum & tria sesquitertium denominant. & duco duo in tria: proueniatque ductu illo c manifestum est c habere partem dimidiam pariter & tertiam. iungo ad c partem eius dimidiam: & compositus sit a. & iterum ad c iungo partem eius tertiam: & sit compositus b. quoniam enim a continet c & eius partem dimidiam: ergo per diffinitionem a ad c sesqualter est. & quoniam b continet c & eius partem tertiam: b itidem ad c sesquitertius. c igitur repertus est terminus ad quem petiti superparticulares, rite sunt assignati, & hac lege de quibuslibet esset operandum, ut si essent assignandi: sesquioctauus & sesquinonus duc octo in nouem & surget terminus octauam nonamque partem possidēs ad quem & sesquioctauum & sesquinonum rite assignaueris. & eodem quoque pacto: modo tres, modo quatuor aut quotquot libuerit ad eundem terminum assignabis.*

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 640 | 600 | 575 | 540 | 480 |
| a | b | c | d | e |

*Vt si ad eundem terminum peterentur assignari sesquitertius, sesquiquartus, sesquiquintus, & sesquioctauus ducantur tria, quatuor, quinque & octo in seinuicē & proueniat e: qui idcirco habet in se tertiam, quartam, quintam & octauam. ad e iungo e suam tertiam: compositúsque sit a. & suam quartam: & compositus sit b.*

*ſuam quintam: compoſitus ſit c. ſuam denique octauam: & compoſitus ſit d. dico demonſtratione ſuperiore: quoniã ad e conſtituti ſunt a b c d ſeſquitertius, ſeſquiquartus, ſeſquiquitus, & ſeſquioctauus: quẽadmodum prefixa mõſtrat formula.*

¶Si a ſeſqualtero interuallo ſeſquitertium demptum fuerit interuallũ
15 erit quod relinquitur ſeſquioctauum.

| | | | |
|---|---|---|---|
| 9 | 8 | 6 | A c ſeſqualter. B c ſeſquitertius. |
| a | b | c | A ad b ſeſquioctauus. |

*¶ſit c terminus ad quẽ per præcedentem aſſignati ſint a ſeſqualter: & b ſeſquitertius. Ab a c ſeſqualtero ſubduco interuallum ſeſquitertium b c, relicto interuallo a ad b: quod dico eſſe ſeſquioctauum. quoniam enim a eius quod eſt c eſt ſeſqualter: a ſemel habet c & eius dimidiam partem. quare per octauam huius: duo a æqui ſunt tribus c. & quatuor a: ſex c. & octo a ad duodecim c. Rurſus quoniam b huius quod eſt c ſeſquitertius eſt: b igitur habet in ſe c & eius tertiam partem. quo fit ut per eandem octauã: tres b æqui ſint quatuor c. & ſex b: octo c. & nouem b: ad duodecim c. at octo a quidem æqui erant ad duodecim c: igitur octo a æqui ſunt ad nouem b. per decimam igitur a continet b & eius octauam partem. eſtque a ſeſquioctauus ad b & propoſitum.*

16 ¶Interualli quarta & duodecima: vnam eius tertiarũ reſtituunt.

*¶Nam quatuor interualli quartæ: totum cõplent interuallum. & duodecim eiuſdem interualli duodecimæ: totum itidem complent interuallũ. quare quatuor quartæ & duodecim duodecimæ: adinuicem æquantur. duæ igitur quartæ ſex duodecimis, & una quarta tribus duodecimis ſunt æque. quorum enim tota æqua ſunt: & eorum dimidia. At quatuor duodecimæ: duodecim duodecimarum ſunt una tertia. quare & una totius tertia: cui quidem duodecim ille duodecimæ cognoſcuntur eſſe idem atque æque. una igitur totius quarta quæ tribus duodecimis æqua eſſe monſtrata eſt, & una duodecima illi adiuncta: totius tertiam partem reſtituunt. Equantur enim una quarta & una duodecima quatuor duodecimis. quod erat mõſtrandum. Et quamuis hoc demonſtratio ſequentis gratia particulariter facta ſit: poſſis tamen modo conſimili monſtrare omnem minorem cuiuſcunque totius interualli partem, proxime maiorem partem efficere, illi adiecto una partium a numero qui ex ductu denominationum utriuſque partium enaſcitur, denominata. ut totius tertia pars minor eſt, & ſecunda proxime maior, & ſi duo in tria duxeris ſunt ſex*

Idcirco una tertia atque una sexta, unam restituunt secundã. Similiter quoque quarta & quinta partes sunt proxime maior atque minor, & si ducis quinque quatuor surgunt uiginti: proinde una quinta & una uicesima, unam quartam restituũt & hoc pacto in sequentibus ut subiecta monstrat formula.

| | |
|---|---|
| Tertia & sexta | unam secundam efficiunt. |
| Quinta & uicesima | unam quartam. |
| Sexta & tricesima | unam quintam. |
| Septima & quadragesimasecũda. | unam sextam. |
| Octaua & quinquagesima sexta | unam septimam. |
| Nona & septuagesimasecunda | unam octauam. |

❡ Duæ proportiões sesquioctauæ: minores sũt sesquitertio interuallo 17

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 81 | 72 | 64 | | | A c duo sesquioctaui coniuncti. |
| a | b | c | | d | A d sesquitertium interuallũ. |

❡ Continua per sextam quarti arithmetices duas sesquioctauas inter a & c: ita ut a sesquioctauus sit ad b, & b sesquioctauus ad c. & sit a ad d sesquitertium interuallum dico a ad c minus esse interuallum: quam a ad d. Quoniam enim a sesquioctauus est ad b: ergo per octauam huius octo a æqui sunt ad nouem b. sed & qui a b etiam sesquioctauus est ad c: per eandem octo b tantum sunt atque noue c. Et cum unus b æquus sit. uni c & octauæ eius: ergo nouem b æqui sunt decem c & octauæ unius c. Atqui nouem b monstrati sunt æqui esse octo a: igitur octo a æqui sunt decem c & octauæ unius. at decem & octaua unius: continent octo semel, eius quartam & eius unam sexagesimamquartam. ergo per decimam huius: unus a continet unum c, unam eius quartam, & unam sexagesimamquartam. & una quarta & una sexagesimaquarta: per præcedentem minus sunt una tertia. complent enim quarta & duodecima unam tertiam. duo igitur sesquioctaui minus sũt uno sesquitertio interuallo. quod erat monstrandum.

❡ Tres sesquioctaui: amplius sunt sesquitertio, minus autem sesqualtero interuallo. 18

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 729 | | | 512 | A d tres sesquioctaui coniũcti. |
| a | b | c | d | |

❡ Sint a b c d tres coniuncti sesquioctaui, ut a ad b primus sit sesquioctauus, b ad c secundus, & c ad d tertius: dico primo a ad c amplius esse sesquitertio. Quoniã enim a ad b & b ad c duo sunt sesquioctaui: ergo per octauã huius octo a æqui sunt decẽ c & octauæ unius. Sed & cum c iterũ ad d positus sit sesquioctauus: ergo pe

per eandē octo c æqui sunt nouem d, & nouē c æqui decē d & octauæ unius. & decē c æqui undecim d & duabus octauis. & cū octo octauæ c contineant nouem d: ergo per decimā huius, una octaua c, cōtinet octauā d & eius octauā partem, hoc est unam sexagesimamquartam. decē ergo c & una octaua unius: æquantur undecim d, tribus octauis & uni sexagesimæquartæ. & per decimam ut undecim tres octauæ & una sexagesimaquarta, ad octo: ita a ad d. sed undecim cōtinēt octonos semel, tres eorū partes, tres octa. & unam sexagesimamquar. unius, ac tres octonorū partes: amplius sūt tertia eorū parte. superant eni tres octonarij partes: tertiam eiusdē partē triēte unius, hoc est tertia unius parte. a fortiori igitur tres octonorū partes, & tres octauæ unius, & una 64. ita amplius sūt tertia octono. parte. cōtinēt ergo 11. tres octauæ unius & una 64. 8 semel & amplius eorū parte tertia. quare & a continet d & amplius tertia eius parte. est itaq; a ad d amplius sesquitertio interuallo. Secūdo dico a ad d minorē esse sesqualtero interuallo. Nam 11 cōtinēt 8 & 3 octauas: deest ergo una octaua ad cōplēdas 4 octauas, q; sūt octonorū dimidiū. At uero q; superant: 3 octauæ unius, & una 64. minus efficiūt dimidio unius octauæ. quare & multo minus efficiēt 1 octaua. 11 ergo, & 3 octauæ, & una 64 unius: cōtinēt 8 semel & minus octonorū dimidio, ergo per decimam huius: a continet d semel & minus eius dimidio. est itaque interuallum a ad d minus sesqualtero interuallo.

19 ¶Quatuor sesquioctaui coniūcti: sesqualterum superant interuallum.

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 6561 | | | | | 4096 | A e quatuor sesquioctaui |
| a | b | c | d | e | | coniuncti. |

¶Sint a b c d e 4 cōiūcti sesquioctaui, a ad b primus, b ad c secūdus, c ad d tertius, & d ad e quartus: dico quoniam interuallu a e, amplius est sesqualtero interuallo. Nam ut in præcedenti uisū est: 8 a æqui sunt 11 d, tribus octauis, & uni 64 unius. & 11 d, 3 octauæ unius & una 64: æquantur 12 e, 6 octauis, quatuor sexagesimisquartis, & uni quingētesimæ duodecimæ. ergo 8 a: æqui sūt 12 e. 6 octauis, 4 sexagesimis quartis, & uni quingentesimæ duodecimæ. At uero 12 6 octauæ, quatuor sexagesimæquartæ, & una quingentesima duodecima:, cōtinent 8 semel & amplius q octonorū dimidium. quoniam cōtinent octo semel & dimidium: & insuper sex octauas, quatuor sexagesimasquartas, & unam quingentesimam duodecimam unius. igitur per decimam huius: a cōtinet e semel & amplius quam eius dimidium. superat itaque a e interuallum quatuor sesquioctauis coniunctum: sesqualterum interuallum. quod erat monstrandum,

Quinque coniuncti sesquioctaui: minus duplici interuallo cõiungũt. 20

Nam per undecimam huius duplex interuallum ex duobus maximis superparticularibus, sesqualtero scilicet & sesquitertio coniungitur. at constitutis quinque sesquioctauis, tres primi sesquioctaui: per decimãoctauã huius minus sũt sesqualtero interuallo. & duo sequẽtes sesquioctaui, qui una cum tribus prioribus quinque cõplent: per decimamseptimam huius, minus sunt sesquitertio. coniuncti igitur quinque sesquioctaui: minus sunt duplici interuallo.

Sex proportiones sesquioctauæ: maiores sunt vno duplici interuallo. 21

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 531441 | | | | | 262144 | | A g sex sesquioctaui |
| a | b | c | d | e | f | g | coniuncti. |

Sit a g interuallũ sex coniunctorũ sesquioctauorũ, ita ut a ad b sit primus sesquioctauus, b ad c secũdus, c ad d tertius, d ad e quartus, e ad f quintus, f autem ad g sextus: dico quoniã a ad g, amplius est duplici interuallo. Quoniã enĩ a ad b sesquioctauus est, erbo per octauã huius octo a æqui sũt nouẽ b. & nouẽ b: per eandem æqui sũt decẽ c, & octauæ unius. & decẽ c & octaua unius: æqua sũt undecim d, tribus octauis & uni sexagesimæquartæ unius & undecim d, tres octauæ, & una sexagesimaquarta unius: æquãntur duodecim e. sex octauis, quatuor sexagesimisquartis & uni quingentesimæ duodecimæ. duodecim autẽ e, sex octauæ, quatuor sexagesimæquartæ, & una quingentesim a duodecima: æquãtur tridecim f, decem octauis decẽ sexagesimisquartis, quinq; quinquagesimisduodecimis, & uni quartæ millesime nonagesimæsextæ. At uero decẽ octauæ: unũ cõtinẽt integrũ, & insuper duas octauas. quo fit iterũ ut duodecimæ, sex octauæ, quatuor sexagesimæquartæ & una quingẽtesima duodecima: æquẽtur quatuordecĩ f, duabus octauis, decẽ sexagesimisquartis, quinq; quingẽtesimisduodecimis, & uni quartæ millesimæ nonagesimæsextæ. At uero quatuordecĩ f, duæ octauæ, decẽ sexagesimæquartæ. quĩq; quingẽtesimæduodecimæ, & una quarta millesima nonagesimasexta: æqua sũt quĩdecĩ g & octo octauis eius, hoc est æqua sũt sedecĩ g, duodecĩ sexagesimisquartis, quĩdecim quingẽtesimisduodecimis, sex quartis millesimis nonagesimis sextis, & uni triscessimæsecundæ millesimæ septigentesimæ sexagesimæ octauæ. At sedecim & duodecim sexagesimæquartæ, & reliq; sequẽtes particulæ: cõtinẽt octo bis & amplius. igitur per decimam huius a ad g maius est duplici interuallo. sex igitur sesquioctaui maiores sũt uno duplici interuallo: ut intẽdit ꝓpositio. Et si hæc ꝓpositio quo ad suã demõstrationem nõnullis subdifficilior uideatur: hoc iccirco ꝓueniet ꝙ illis promptitudo, utendique habilitas octauæ nonæ, & decimæ huius deerit. iccirco par cõsetaneumque erit eos qui in musicis maculationibus & earum contẽplationibus se exercitare uolent: multos sesqualteros, deinde sesquitertios, & alios sequentes superparticulares colligere: quousque usus colligendarum proportionum ipsis iam sit factus peruius, patensque & quasi iam ipsis domesticus.

¶Primi elementorum musicalium finis.



Onsonantia: est soni grauis, acutíque mixtura suauitur, vniformiterque auribus incidens, ex multiplici aut superparticulari ratione profecta. Dissonantia: est duorum sonorum non se natura suauiter miscentium, ad aurem perueniens aspera, iniucundaque percussio. Tonus: est consonantiæ principium, ex soni ad sonum sesquioctaua proportione proueniens. Semitonium minus, quod & diesis dicitur: est toni pars, qua sesquitertia proportio duobus tonis maior est. Semitonium maius, quam & vocant Apothomen: est toni reliqua pars, & qua ipse semitonium minus superat. Comma: est quo sesquioctaua proportio, duobus semitoniis minoribus maior est. quod & idem est: quo Apothome, semitonium minus vincit ac superat. Schisma: est commatis dimidium. Diachisma: est dimidium semitonij minoris. Hemisperium musicum est instrumentum, per quod aut neruo aut chorde vt decet suppositum, semitonia, tonos, consonantiásque, & consonantiarum particulas, ad sensum peruestigamus. Sonus emmelis is est: quo apte vtimur in melo. Ecmelis vero is dicitur: quem melos, concentúsque non admittit. Equales soni atque similes dicuntur: qui ex eadem interualli proportione nascuntur. Numerorum atque interuallorum pars ea maior est: quæ a minore numero denominatur. & minor: quæ denominatur a maiore. Multiplex proportio maior est: quam maior denominat numerus. & minor: quæ denominatur a minore. Superparticularis proportio maior est: quæ a maiore denominatur patte. minor auté: quæ denominatur a minore.

I ¶Tonum super datam chordam collocare.

| A | c | | | | | | | | b |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|

*¶sit a b c chorda quecunque supra quam iubeamur tonum collocare. diuido per tertiam petitionem chordam a b, in nouem æquas portiones: ita ut c b illarum nouenarum octo teneat, & a c unam. dico quoniam a b & c b, tonum continent: constitutúmque supra datam chordam esse tonum. Nam totum chorde spacium a b: continet spacium c b & insuper octauam eius partem, quod a c uni illarum octauarum æqua sit. igitur per diffinitionem spacium a b: epogdoum, sesquioctauúmque est spacio c b. quare per primam petitionem: ea erit soni totius chordae a b ad so-*

 *num*

*num c b proportio. Est itaque tonus in chorda a b, qui in epogdoa, sesquioctauáque ratione consistit: collocatus.*

¶ Tonum tono, & quotquot libuerit: in data chorda subiungere. 2

| A c | d | e | | | | | | | | | b |

*¶ Sit data chorda a b: in qua propositum sit tres consequentes tonos subiungere. partior per tertiam petitionem (ut in præcedenti factum est) spacium totius chordæ a b in nouem æquas portiones. & in nota octauæ portionis pono c: ita ut b c, octauas illarum nouem partium teneat: manifestum est per præcedentem: a b & c b esse tonum. & per eandem petitionem: partior spacium c b in nouem æquas portiones. & in termino octauæ particulæ pono d: ita ut d b contineat octo earum partium quarum c b nouem continet. per præcedentem c b ad d b sonat tonum, éstque iam uni tono, tonus unus subiunctus. Rursum spacium d b consimuli modo in nouem æquas portiones diduco, & notam octauæ sectionis littera e designo: ita ut e b octo earum partium contineat, quarum d b continet nouem. per præcedentem, d b ad e b resonat tonum. sunt igitur in data chorda a b tres continue subiuncti toni: scilicet a b c b, c b d b, d b e b. quod erat propositum. & hoc pacto quotquot lubet subiungere: quàm facillimum est. Et si id sensu experiri, deprehenderéque cupias, post pulsum totius chorde a b suppone hemisphærium chorde a b in signo c, ita ut sola perstrepat resonétque particula c b: & sensus iudicio deprehendes soni totius a b ad sonum c b esse toni interuallum. quòd si hemisphærium transfers ad notam d: ex pulsu c b & d b iterum tonum deprehendas. sed ex totius a b sono ad sonum particulæ d b duos tonos, duorúmque tonorum interuallum perpendet auditus. & hoc pacto sensuum iudiciis quotquot uoles tonos deprehendendos committeres: & eorum mixturas tum suaues, tum inconcinnas (quas auditus tanquam offensus horret refugítque) decernendas.*

¶ Tonorum continuatorum: minimos numeros assignare. 3

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 59049 | 52488 | 46656 | 41472 | 36864 | 32760 | Quinque to. adinuicē |
| n | o | p | q | r | s | contin. minimi nu. |
| 6561 | 5832 | 5184 | 4608 | 4096 | | Quatuor to. adinuicē |
| h | i | k | l | m | | contin. minimi nu. |
| 729 | 648 | 576 | 512 | | | Triū tono. adinuicē |
| d | e | f | g | | | contin. minimi nu. |
| 81 | 72 | 64 | | | | Duorū to. adinuicē |
| a | b | c | | | | contin. minimi nu. |

¶ Si duo, tres, quatuor, quinque aut quotlibet toni sint continuè in neruo constituti: sic eorum minimos numeros reperiemus. Quoniam enim nouem & octo minimi sunt numeri toni: duco nouē in se & proueniat a, & noui in octo & proueniat b, & octo in se & pueniat c. per uicesimātertiā tertij & per sextam quarti arithmetices inter a b & b c sunt duo sesquioctaui in minimis numeris coniuncti: & proinde duo toni in minimis numeris continuati. Et si nouem duco in a b c & octo in c & surgant d e f g: per eandem inter d e f g tres sunt in minimis numeris sesquioctaui constituti. quare d e f g sunt trium continuatorum tonorum minimi numeri. Et si ducis nouem in d e f g & octo in g & surgant h i k l m: per idē quod prius, h i k l m quatuor continuorum sesquioctauorū minimi sunt numeri. quare & quatuor continuorum tonorum. Et si rursum hoc pacto ducis nouem in h i k l m & octo in m & surgant n o p q r s: ipsi erunt quinque continuorum tonorum minimi numeri. & hoc modo quotquot tonorum uoles: minimos numeros reperias. Attamen in modis musicis tot continuè subiungere opus non est: sed tonis semitonia subiunguntur. de quibus posterior proprius, accommodúsque expectandus est sermo.

4 ¶ Spacio quotlibet per quotlibet æqua spacia diuiso: totius ad totam proximè sectionis partem minor est proportio, quàm eiusdem partis ad totam reliquam proximè sectionis partem. Quo fit vt quanto tonus tono subiungitur acutior: tanto ipsum contractiora contineant spacia.

| A | c | d | e | f | g | h | i | k | b |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|

¶ Chordam, neruum, tibiam, efflatum aera, es tinnulum & quidquid sonum edit in harmonicis modis (ut iam quoque dictum est) spacium nuncupamus: in quibus analogiæ ratio uim, naturámque seruat eandem. sit ergo a b totum spacium per a c, c d, d e, e f, & reliquas nouem æquas partes (ut fit in interuallo toni habendo) diuisum: quotquot enim alias posueris idem ualuerit. dico minorem esse proportionem a b ad c b quàm c b ad d b. Nam cum a b positum sit in nouem æquas partes per medias notas c d e f & reliquas diuisum : c b continet solum earum partium octo: quarū a b cōtinet nouē. ergo a b cōtinet spaciū c b, & eius octauā partē. sed & cū c b octo partes parti c d æquas cōtineat: ergo d b cōtinet partiū totarum solū septē. ergo c b cōtinet spaciū d b, & insuper eius septimā partē. at octaua pars: per diffinitionem minor est parte septima. igitur iterū per diffinitionē a b ad c b proportio superparticularis: minor est q̃ c b ad d b utpote quæ a minore parte denominetur. est enim hæc a septima parte sesquiseptima ꝓportio: illa uero a b octaua sesquioctaua. Et hanc non modo in superparticularibus : uerum & in quibuslibet medietatibus

*demonſtrat prima decimi aritbmetices ubi ſcilicet ratio medietaſque arithmetica co mperiantur. quod & in dicta ſpacij diuiſione & ſumpta (ut propoſitũ eſt) pro portione inuentum conſpiciebatur. Correlarium uirgo hinc cognoſcatur, quod totum per quartam petitionem ad ſuam partem grauius ſonat: pars autem ad ſuum totũ acutius. Itaque ſi tono a b & c b tonum ſubiunxeris: ſubiunctus erit acutior. Et quoniam ſpacium c b in nouẽ æquas partes partiretur: quarum quelibet minor erit ſpacio c d quod eius octaua eſt. nam quelibet earum eſt nona, & a maiore numero denominata. erit igitur & quelibet earum nouem partium: minor ſpacio a c. æqua ſunt enim a c & c d. & hoc pacto de quibuſlibet ſubiunctis acutioribus tonis eſſet dicendum. manifeſtum eſt igitur ut quanto tonus tono ſubiungitur acutior: tanto ipſum contractoria contineant ſpacia.*

Medio extremitatum toni ſpacio in duo æqua diuiſo: tonus minimè in duo ſecatur æqualia. 5

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| A | c | d | e | f | g | h | i | k | b |
| l | m | n | o | p | q | r | s | t | |

*Hæc & ſequentia intelliguntur ut tonus minimè in duo æqua ratione geometrica dirimatur: non autem arithmetica. nam & hic tonus tonique interuallum: in duo æqua ratione arith. diremptũ eſt. diuido ergo ſpaciũ a b ut prius, in nouẽ æqua ſpacia: per notas a c, d e, f g, h i, k b, manifeſtum eſt a b & c b eſſe toni extremitates, tonúmque continere. dico ergo quoniam a c medio harum extremitatum interſtitio, in duo æqua per ſignum in dirempto: tonus minimè in duo æqua partiatur, quódque ſonus a b & l b æqualis non ſit l b, & c b. diuido enim ſingula reliquorum octo æqualium ſpaciorum conſimili modo per æqualia, per notas m, n, o, p, q, r, s, t: manifeſtum eſt totum ſpacium a b diuiſum eſſe in 18 æqualia ſpacia, quæ ſunt a, l, c, m, d, n, e, o, & reliqua. ergo per præcedentem minor eſt proportio a b & l b: quàm l b & c b. eſt enim hæc ſeſquiſextadecima: illa uero ſeſquiſeptimadecima. nõ eſt ergo tonus hoc pacto in duo æqua diuiſus. & ſoni a b l b, & l b c b per diffinitionem adinuicem inæquales: quiquidẽ ſoni ecmeles ſunt, muſicóque melo perparum apti.*

Toni ſpacio hoc modo diuiſo, totius medie ſectionis ſonus: maioris extremi toni ſonum acumine, minoris vero grauitate ſuperat. 6

11 13

| A | b | c | d | e | f | g | h | i | k | b |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | l | | | | | | | | | |

*Sit a b ut in præcedenti iam dictum eſt, diuiſum : ita ut a b ad c b recrepet tonum. dico quoniam ſonus l b acumine ſuperat ſonum a b, quódque idem ſonus l b grauitate uincit c b. Nam a b totum eſt & l b eius pars: ergo per quartam petitionem a b grauiorem ſonum edit & l b graciliorem. & per eandem quoniam l b totum eſt ad c b: ſonus l b grauior eſt ſono c b. ſuperat ergo l b, maius toni extremum acumine: & minus grauitate. quod propoſitum erat demonſtrandum.*

7 Tonum in duo æqua, certo, conſtitutóque numero, diuidi: impoſsibile eſt.

*Nã per 5 primi huius, nulliũ ſuperparticulare interuallũ, in plura æqualia dirimitur: & per 1 petitionẽ quæ proportio ſpaciorum interuali inter ſe, ea quoque eſt & ſoni ad ſonum. Atqui tonus ex ſuperparticulari naſcitur ex interuallo naſcitur enim ex epogdoa, ſeſquioctauáque ratione. igitur tonus minimè in duo æqualia dirimitur, diuiditúrque. imo uero neque in plura duobus æqua: ut in tria aut quatuor. Ex quo facilè cognoſcitur Ariſtoxenus muſicus aurium iudicio cuncta committens, perparum eſſe probandus. qui ſemitonia ſecus quàm Pythagorici, non arbitratur eſſe dimidio tono contractiora: ſed quemadmodum ſemitonia dicuntur, ita quoque & eſſe integra tonorum dimidia. Nec minus Martianus Felix ſimili lapſus errore deprehẽditur: qui non modo tonum in duo æqualia: ſed & in tria, & in quatuor dirimit atque ſecat. Secat enim imprimis tonum in duo æqualia: quæ iccirco hemitonia uocat. Secundo in tria: & earum tertiarum quamlibet, dieſim tritemoriam nuncupat. Tertio in quatuor: & hanc toni partem quartam, uocat dieſim tetartemoriam. quòd hæ dieſes nunc tertiæ, nunc quartæ toni ſunt partes. Eſt enim tritos tertius, tetartos quartus, & meros pars ſiue morion particula. Ponit & tertiam dieſeos acceptionem: ut ea ipſa toni tertia & tertiæ dimidia pars dicatur. Et rurſum primi modi priméque acceptionis dieſes: chromaticas uocat, ſecundas uocat enarmonicas, tertias uero enarmonicè diuiſionis hemiolias, partim Ariſtoxeno ſimiliter, partim autem diſſimiliter. ſimiliter quidem: quòd Ariſtoxenus toni dimidium ſemitonium ponat, & toni tertiam, dieſim chromaticam uocet ſed chromatis mollis, & toni quartam, dieſim enarmonicam. at diſſimiliter: quòd toni quartam cum propria quartæ medietate, uocet dieſim chromatis hemiolij. Et certè uel Martianus in tertia dieſeos acceptione nouo errore lapſus putandus eſt : uel eundem putaſſe hemitonium & dieſim enarmonici heimolij idem eſſe. nam cum omne totum tri-*

bus suis tertiis integretur: unam ergo tertiarum & tertiæ medietatem totius dimidium implere necesse est. sed cum hæc se satis falsa esse prodant & nulla sui parte cohæreant: non est cur in his diutius sermo sit protrahendus. Sic enim qui stolidum sensus iudicium sequentes, intellectum relinquunt: facilè ex disciplinarum adytis se explosos sentiunt.

¶ Quicunque numerus in terminos toni ducatur: interuallum toni relinquet. 8

¶ Nam cum tonus & toni interuallum in proportione sesquioctaua consistat: sui termini erunt nouem ac octo, aut quicunque alij qui simul sibi proportione respondeant. At cum per septimam secundi arithmetices, si unus idemque numerus duos multiplicet, productorum & multiplicatorum eadem sit proportio: ergo quicunque numerus ducetur in terminos sesquioctauæ, sesquioctauam producet, relinquétque tonum atque toni interuallum. quod est propositum. Et non modo de sesquioctauo & toni interuallo id sentiendum est: sed & de quolibet altero interuallo.

¶ Omnis numerus: extremorum toni differentia constitui potest. 9

¶ Si enim tonus in minimis constituatur ut sunt nouem atque octo: monas differentia est, cum nouenarius atque octonarius sola unitate dissentiant. Et si ducatur binarius in nouenarium & octonarium, & producantur a & b: per præcedentem a & b erunt toni extrema. At uero per nonam primi arithmetices, quod fit ex binario in nouenarium: tantum est quantum quod fit ex binario in octonarium & unitatem sed binarius in unitatem per commune proloquium seipsum producit. igitur extremorum toni a & b: binarius differentia constituitur. Et si ducatur ternarius in nouem & octo: eodem quoque argumento ternarius extremorum toni differentia constituetur. Et ita quicunque alter numerus in eosdem minimos toni terminos ducetur: idem extremorum toni differentia constituetur. Manifestum itaque est omnem numerum, extremorum toni differentiam constitui posse. Et quamquam ita est: placuit tamen Philolao Pythagorico primordium toni, primordialémque eius differentiam ternarium cōstituere, qui primus cubum a primo impari numero procreat, ac gignit. quòd is numerus apud Pythagoricos maximè honorabilis fuerit. Nam cum ternarium primum quidem imparem numerum tertio duxeris: nouem consurgunt. quæ ter ducta: septem supra uiginti, scilicet cubum a primo impari reddunt. at 27 ad 24 tono distant, toníque claudunt interuallum: & horum differentia ternarius constituitur. est enim ternarius summè 24 pars octaua: quæ eidem adiecta summè primum a ternario cubum rursus instaurat atque perficit. Et idem Philolaus summam septem & uiginti in duas partes secuit 13 & 14: quarum hæc

maior

maior illa uero minor habetur. & hanc primordium Apotomes facit, quæ est toni portio maior: illam autem facit principium dieseos, quæ est toni decisio minor atque portio, & quam posterius semitonium minus nuncupabimus. & illarum duarum partium differentiam quæ est unitas: facit commatis principium. sed de his satis.

10 ¶Numeri dati partem quotancunque reperire. Quo fit vt cuiuslibet numeri pars ab ipso sit numerata: & a denominante eiusdem partis sit denominata.

| | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 272 | 17 | | 306 | 18 | | 136 | 17 |
| c | d | | g | h | | m | n |
| 17 | 16 | | 18 | 17 | | 17 | 8 |
| A | b | | e | f | | k | l |

¶Quãuis enim numerorũ numerãtiũ qui exẽplares in anima sunt, unitas insecabilis existat: numerorũ tamen numeratorũ quales in physicis sunt motuũ numeri, in geometricis linearũ & planorũ, in astrologicis tẽporũ, in musicis autẽ tonorũ atq; interuallorũ unitas aut uerius unũ sectionẽ recipit. Sit ergo a quicũq; numerus cuius una partiũ denominata ab b quæsita sit: resoluo a in oẽs suas partes denominatas ab b, ducẽdo scilicet denominãtem numeri a in denominãtẽ partis b, ita ut proueniat c. manifestũ est partes c simul denominatas ab b: æquari toti numero a. diuido igitur c per b & proueniat d: dico d esse partẽ petitã, & numeratam ab a. hoc est a nũero denominãte a. Quia enim sit pars a denominata ab b quæ petita erat: patet. quia a in d per septimã petitionẽ reproducit c. quare d: est pars c denominata ab b. at c æquatur. igitur & d pars est a denominata ab b. sed & q̃ d nũeretur ab a: patet. quia a in b producit c: ergo per sextam petitionẽ c diuiso per b, redibit a. sed & eodẽ c diuiso per b: prius ueniebat d. nũerat igitur a: semel d. & sic ꝓpositio atq; suũ correlarium: nota sunt. Et quãuis hæc ut mõstretur perfacilis sit: usus tamẽ eius aliquãto latẽtior, quẽ exẽplaris deductio facile cuiq; reddet illustriorẽ. ut quæsita sit uerbi causa summè decem & septẽ, pars sextadecima: duco utriúsq; denominãtes in seinuicẽ, hoc est 17 & 16, & surgẽt 272 sextædecimæ. tot enim sextasdecimas continet nũerus 17 resolutus. diuido ergo 272 per 16 & ꝓuenient 17 sextædecimæ: quæ erunt totius summè partium 372 pars sextadecima. quare & numeri 17 pars itidem sextadecima. at 17 sextædecimæ unitatem continent & unam sextamdecimam. est itaque unitas & una sextadecima: dati numeri 17 pars sextadecima. Et si numeri decem & octo quæreretur pars septimadecima, duco decem & octo in decem & septem & productum diuido per 17 & uenient 18 septimædecimæ, quæ unum complent integrum, unam septimam decimam. Est ergo unitas & una unitatis septimadecima: date summè decem & octo pars una septimadecima.

Si uero summe decem & septem uolo partem octauam reperire: duco 17 in octo. & quod productum fuerit diuido per octo: & prouenient 17 octauae, quae duas unitates & unam octauam efficiunt. erunt ergo duo & octaua unius: totius summe decem & septem pars octaua. quod quaerebatur. Et ita in quibuslibet se quiuis ualeat exercitare. habent tamen quae particulari, exemplarique demonstratione sunt ostensa: ad sequentia pondus ac momentum.

¶ Si duo inaequales numeri ad eundem minorem comparentur: maioris ad ipsum maior est proportio, & minoris minor. 11

| 9 | 8 | | 7 |
|---|---|---|---|
| A | b | | c |

¶ Vt sint a b duo inaequales numeri quorum a sit maior, & b minor: qui comparentur ad eundem minorem c. dico a ad c maiorem esse proportionem quam b ad c. Nam cum per octauam petitionem, extremorum a ad c proportio composita sit ex proportionibus a ad b & b ad c ut suis partibus: ergo proportio b ad c pars est proportionis a ad c, & proportio a ad c totum. & cum per ultimum cōmune proloquium, omne totum maius sit sua parte: igitur proportio a ad c maior est proportione b ad c. & ita de quibuslibet aliis simili argumento est agendum.

¶ Sesquisextadecima proportio: integrum toni dimidium superat. 12

| A | c | d | e | f | g | h | i | k | b |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| l | m | n | o | p | q | r | s | t | |

¶ Quinta huius monstrauit medio extremorum toni spacio in duo aequa diuiso: tonum minime in duo aequa geometrica ratione partiri, & sectionem hinc & inde altrinsecus sesquiseptimamdecimam, & sesquisextamdecimam retinere proportionem. haec uero ostendit sesquisextādecimam proportionem quae illic ex parte intensionis acuminisque relinquitur: hemitonio, integróque toni dimidio esse maiorem. & sequens monstrabit sesquiseptimamdecimam ex grauiori parte sumptam: eodem toni dimidio esse minorem. Sit ergo ut in quinta huius spacium a b in decem & octo aequas partes per a c d e f & reliquas notas diuisum: ita ut a b earum partiū contineat decem & octo, & c b sedecim, & l b decem & septem. manifestum est a b & c b (ut prius uisum est) esse tonū: & l b 17 ad c b 16 esse sesquisextādecimā, quam habitudinem dico esse integro semitonio maiorē. quoniam enim per decimam huius, unitas

*unitas & ſextadecima unius: eſt ſummæ decem & ſeptem, pars ſextadecima. q; ſi eidem ſummæ adiiciatur: fient decem & octo, & ſexta decima unius. at octodecim & ſextadecima unius ad decem & ſeptem: per diffinitionem eſt ſeſquiſexta decima. Sunt ergo decem & octo & ſextadecima unius, ad decem & ſeptem, & decem & ſeptem ad ſexdecim: duæ coniunctæ ſeſquiſextædecimæ. ſed decem & octo & ſextadecima unius: per præcedentem maior eſt ſeſquioctaua ad ſedecim. Nam decem & octo ad ſexdecim ut prius uiſum eſt: ſeſquioctaua eſt. igitur ſeſquiſextadecima bis aucta: tonum, tonique interuallum tranſcendit. quare per nonum proloquium ſeſquiſextadecima proportio integrum toni dimidium ſuperat. quidquid enim bis auctum tranſcendit aliquid: id ultra eius dimidium eſſe neceſſe eſt. Ex quo ualentiore iure cognoſcitur ſeſquiquintam decimam & omnem proportionem ſeſquiquintamdecimam & omnem proportionem ſeſquiſextadecima maiorem: integrum toni dimidium ſuperare.*

13 ¶Seſquiſeptimadecima: minor eſt integro toni dimidio.

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 19 1 | 19 | 1 | 18 | 17 | A ad b ſeſquidecimã ſe. proport. |
| d 8 | c | 17 | a | b | cõtinet: qꝫ integro to. di. con. eſt. |

*¶ſint a decem & octo interualli partes, & b decem & ſeptem, c decem & nouẽ & una ſeptimadecima: d uero decem & nouem & una octaua. per decimam huius a ad b eſt ſeſquiſeptimadecima. & c ad a ſimiliter ſeſquiſeptimadecima, ſunt ergo c ad b duæ ſeſquiſeptimædecimæ ad inuicem coniunctæ. ſed & per eandem d ad b ſeſquioctaua eſt atque tonus. d enim continet b & eius partem octauam. ad d ad b proportio maior eſt proportione c ad b, nam unius pars octaua maior eſt una ſeptimadecima: ergo ſeſquiſeptimadecima: proportio perdecimum proloquium minor eſt integro ſemitonio. quod enim duplatum non implet integrum: neque id quoque continet dimidium, Eſt ergo notum ſeſquiſeptimamdecimam proportionem integro toni dimidio eſſe minorem.*

14 ¶Integram toni medietatem: inter ſeſquiſextamdecimam & ſeſquiſeptimamdecimam proportionem cadere neceſſe eſt.

*¶Nam per duodecimam, ſeſquiſextadecima maior eſt toni dimidio: & per decimamtertiam ſeſquiſeptimadecima minor eſt eodem toni dimidio. at per communem ſcientiam inter maius atque minus dimidio: ipſum dimidium conſiſtere neceſſe eſt ergo integrum toni dimidium: inter ſeſquiſextamdecimam & ſeſquiſeptimamdeci*

mam cadere neceſſe eſt. ſed id in noto, integroque numero, nullo pacto (ut ſeptima monſtrauit) fieri continget: utneque in geometricis diameter quadrati, eius coſte certo, conſtitutoque numero commenſurari poteſt. ſed hoc ultimum: ex altero loco requirendum eſt.

¶ Semitonium minus: duobus tonis in chorda ſubiungere.

A c d e

b

¶ Intelligitur ſemitonium ſubiungi: quando ex acutiori parte duobus quidem tonis ad grauiorem partem relictis, ipſum ſemitonium collocatur. præiungi uero quando ipſum ex parte remiſſiori duobus tonis adhibetur. Continuo ergo per ſecundam huius duos tonos in chorda a b per notas a c d b. ſitque a b c b: primus: & ſecundus: ſit c b d b. qui quia per diffinitionem in ſeſquioctaua proportione conſiſtunt & per decimam ſeptimam primi huius, duæ ſeſquioctauæ minores ſunt ſeſquitertia proportione: erit ergo a b & d b minus ſeſquitertio. Diuido ergo a b in quatuor partes æquas: & initium tertiæ ſectionis, facio notam e, ita ut e b tres earum quartarum contineat per diffinitionem igitur a b ad e b ſeſquitertia proportio eſt. ſed ſeſquitertia proportio a b & e b: ſuperat duos tonos a b & d b in proportione d b. & e b. eſt igitur d b & e b per deſcriptionem ſemitonium minus: duobus tonis (ut propoſitum erat) ſubiunctum.

¶ Semitonium minus: duobus tonis præponere. 16

A e d c

b

¶ Facio a b ad c b ſeſquitertiam interuallum & diuido c b in octo æquas partes. & ſupra c uerſus a, facio d c uni earum octo partium æquam: ita ut d b earum partium nouem contineat. & per diffinitionem d b & c b unum conſtituunt tonum. Similiter diuido d b in octo æquas partes: & unã earum adiungo ſupra d per notam e. quare iterum e b & d b erit tonus. ſuntque duo toni e b & c b. ſed a b & c b ſeſquitertia proportio: maior eſt duobus

illis

*illis tonis in proportione a b & e b. est :gitur per diffinitionem a b & e b semitonium minus.quod cum sit duobus tonis præpositum, quoniam ex parte remissa illis adiunctum:factum est propositum.*

17 ℂDuobus tonis:diesim,semitoniumque minus interpo nere.

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| A | a | d | e | c | b |

*ℂIdem diesim atque semitonium minus.hic(ut iam quoque dictum est) intelligimus. Sit ergo a b & c b ut in præcedenti sesquitertia proportio in tota chorda a b. ab a, c uersus: intendo tonum per notam d. & ab c uersus a remitto tonum ut in præcedenti factum est per notam e:ita ut a b & d b sit tonus, & similiter e b & c b tonus.manifestum a b & c b sesquitertiam proportiomem: superare duos illos tonos in media proportione d b & e b. est igitur per diffinitionem d b & e b:semitonium minus duobus tonis interceptum,& propositum.*

18 ℂSemitonij minoris, minimos numeros reperire. & quomodo libet semitonium minus in chorda vna aut pluribus collocare.

| | | | |
|---|---|---|---|
| 324 | 288 | 256 | 243 |
| f | g | h | k |
| 81 | 72 | 64 | |
| c | d | e | |
| 9 | 8 | | |
| a | b | | |
| 4 | 3 | | |
| l | m | | |

*ℂ Sit a nouenarius & b octonarius: minimi numeri toni. duco a in se, & a in b, & b in se & consurgant numeri c d e. inter quos per sextam quarti arithmetices: erunt duo sesquioctaui, duoque toni in minimis continuati.*

Sit præterea l quaternarius, & m ternarius. duco l in c d e & prodeant f g h: inter quos per septima secundi arithmetices, similiter coniuncti sunt duo sesquioctaui & proinde duo toni. duco præterea itidem m in c & proueniat k. per octauam secundi arithmetices f ad k: est proportio sesquitertia quæ per 17 primi huius maior est f h, & differētia est h k: dico ergo esse minimos numeros semitonij minoris. q̄ enī sint numeri semitonij minoris: per diffinitionem notum est. sed quod minimi: id iam declarandum est. Nam quia c e sunt in sua proportione minimi: per decimamoctauam tertij arithmetices sunt contra se primi. & quia etiam l & a quaternarius & nouenarius sunt contra se primi. ergo per undecimam tertij arithmetices: l est primus ad c. & per decimam eiusdem h qui nascitur ex l et e primis eidem numero c: erit primus ad c. Rursus m et b ternarius atque octonarius: sunt adinuicem primi ergo per undecimam tertij: & m primus est ad c. sed & cum l, m quaternarius & ternarius sint etiam primi: ergo per decimam eiusdem, m etiam primus est ad h. Cū ergo c & m monstrati sunt primi: ergo per eandem decimam tertij, numerus k ex c & m productus. primus est ad h. sunt itaque h & k semitonij minoris numeri adinuicem primi: quare per uicesimam tertij arithmetices in sua proportione minimi quod est propositum quo ad hoc. Et data quacunque chorda, si eam diuides secundum numerum h. & earum partium accipias secundum numerum k numeros scilicet semitonij minoris interuallum. In diuersis autem facillimæ idem feceris: si eas chordas æquales æqualiter tensas unisonasque posueris, & partiaris earum quamcunque uoles secundum h quarum partium alterius acceperis secundum k: erit tum in pluribus chordis semitonij minoris constitutum interuallum. quod est totum propositum.

¶ Semitonium minus: in minore quam sesquiseptimadecima sit, proportione consistit. Que fit vt regula semitonij sumendi: non sit differētiam extremorum toni in duo æqua partiendo. 19

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 324 | 288 | 257 | 5 | 256 | 243 |
| f | g | l | 17 | h | k |

¶ Sint ut in præcedenti, h k minimi numeri semitonij minoris: ut ducentia quinquaginta sex, & ducenta quinquaginta sex, & ducenta quadraginta tria. capio per decimam huius: septimamdecimam partem numeri k ducentorum scilicet quadragintatrium, eritque quatuordecim & quinque septimædecimæ. addo itaque quatuordecim & 5 septimasdecimas ad k & fiat l numerus 257 & 5 septimædecimæ. erit ergo numerus l ad k sesquiseptimus decimus. at l ducenta quinquaginta septē

&

*& quinque septimædecimæ: transcendit b qui solum est ducentorum quinquaginta sex. consistet itaque semitonium minus per undecimam huius: in minore proportione quam sit proportio sesquiseptimadecima. quare & a fortiori in minore consistit proportione quam sit sesquisextadecima. Correlarium hinc notum est. Nam hoc pacto partiendo extremorum toni spacium: ex quinta huius cognoscuntur sesquisextadecima atque sesquiseptimadecima altrinsecus constitui. quarum utraque præsens monstrauit semitonij minoris habitudinem esse minorem.*

20 ¶ Sesquioctauadec. proportio: semitonio minore rursus maior euadit.

| | | | |
|---|---|---|---|
| 256 | 1 | 256 | 243 |
| c | 2 | a | b |

*¶ Sint a b minimi numeri semitonij minoris pr decimamoctauam huius reperti: scilicet ducenta quinquaginta sex, & ducenta quadraginta tria. capio per decimam huius, octauamdecimam partem numeri b: quam reperio esse tridecim & semis. quã quidem addo numero b, fiatque aggregatus c. tunc c ad b sesquioctauadecima proportio est. at c maior numerus est a. nam a duntaxat continet ducenta quinquaginta sex: c uero æqualium partium totidem & insuper semissem unius. est igitur sesquioctauadecima proportio: semitonio minore maior.*

21 ¶ Sesquinonadecima: est semitonio minore minor. Quo fit vt semitonium minus inter sesquioctauãdecimã, & sesquinonamdecimã consistat collocatum.

| | | | |
|---|---|---|---|
| 256 | 255 | 15 | 243 |
| A | c | 19 | b |

*¶ Sint ut prius minimi termini semitonij minoris a & b: dico sesquinonamdecimam proportionem minorem esse proportione a ad b. capio enim per decimam huius: nonamdecimam partem numeri b, quam inuenio esse duodecim & quindecim nonasdecimas. quam partem adiicio numero b: & fiat c. proportio c ad b est sesquinonadecima. sed a maius est c. igitur per undecimam huius, maius est semitonium minus sesquinonadecima proportione, atque sesquinonadecima proportio semitonio minore minor. Correlarium uero ut decimaquarta huius: notum esse potest.*

22 ¶ Semitonium maius: in data chorda constituere.

| A | a | c | | | | | | | | | b |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|

*Sit a b & c b semitonij minoris interuallum. diuido c b in octo partes æquas: quibus æquam facio partem c d. ita ut d b nouem contineat. ergo d b & c b erit tonus. demo igitur a tono d b & c b semitonium minus scilicet a b & c b, relinqueturque d b & a b toni reliqua pars & qua ipse semitonium minus superat. igitur per diffinitionem d b & a b semitonium maius est in data chorda (ut propositum erat) constitutum. & quemadmodum semitonium maius collocasti ad partem grauiorem, ita quoque ad partem acuminis collocare facillimum esset.*

Semitonij maioris: minimos numeros reperire. 23

| | | | |
|---|---|---|---|
| 2187 | 2048 | | 1944 |
| e | d | | c |
| | 256 | | 243 |
| | a | | b |
| | | 8 | |
| | | f | |

*Sint a b minimi numeri semitonij minoris ex decimaoctaua huius reperti & f octonarius. quoniam ex demonstratione decimæoctauæ huius f octonarius primus est ad b. ergo f non numerat b. non habet igitur b octauam partem. Duco igitur f in b & a & consurgant c d. per septimam secundi elementorum arithmetices d ad c: ut a ad b. est igitur inter d c semitonium minus, semitoniique minoris interuallum. & quia c habet partem octauam ut b: addo eidem numero c partem octauam eius b: & coaceruatus fiat e. continet igitur e numerum c, & partem eius octauam. quare e c tonus. & quia tonus e c superat, semitonium minus d c interuallo e d: ergo e d sunt numeri semitonij maioris. Quia autem iidem sint minimi: facile ex decimaquinta tertij arithmetices cognoscas, distrahendo d ab e, & quod reliquum fuerit, iterum quoties potes distrahendo ab d. & hoc pacto deinceps. & uidebis ad ultimum relictam unitatem: eritque modo qui ad latus apparet distractio. quare per eandem decimamquintam: d & e sunt adinuicem primi. sunt igitur per uicesimam eiusdem: in sua proportione minimi quod est propositum,*

Semitonii maioris habitudo: sesquiquintam decimam superat pro- 24

portionem.

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 3187 | 2184 8 | 2048 | 136 8 | |
| A | c 15 | b | d 15 | |

*Sint a b minimi termini habitudinis ſemitonij minoris per præcedentem reperti: dico habitudinem a ad b maiorem eſſe ſeſquiquintadecima.ſumo enim (ut in præcedentibus iam ſæpe factum eſt) per decimam huius:quintam decimam partem numeri b. & hoc inuenitur.centum triginta ſex,& octo quintædecimæ unius: que ſit d. adiicio ergo d ad b & fiat c:certum eſt c ad b eſſe ſeſquiquintamdecimam. at c minor numerus eſt quam a. eſt enim a numerus duum millium centum octuaginta ſeptem: c autem ſolum duum milium centum octuagintaquatuor & fere ſemis paulo amplius.Eſt igitur per undecimam huius: ſemitonij maioris habitudo ſeſquiquintadecima proportione maior,eamque ſuperans.quod eſt propoſitum.*

25 Apotomes interuallum: minus eſt ſeſquiquartodecimo interuallo. Vnde manifeſtum eſt ſemitonij maioris proportionem: inter ſeſquiquintamdecimam & ſeſquiquartamdecimam reperiri collocatam.

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 2194 4 | 2187 | 2048 | 1465 4 | |
| c 14 | A | b | d 14 | |

*Apotomen & ſemitonium maius:idem eſſe iam diximus.Sint ergo a b minimi* 2187
*numeri ſemitonij maioris ut duo milia centum & octuagintaſeptem, & duo milia* 2048
*quadraginta octo. ſumo per decimam huius quartamdecimam partem b ſcilicet* 139
*duum milium & quadragintaocto:quam inuenio eſſe centum quadraginta ſex,&* 102
*quatuor quartædecimæ,quæ ſit d. addo eam quartamdecimam ad b: & fiat nu* 37
*merus aggregatus c.tunc numeri ad b ſeſquiquartadecima proportio eſt. at c ma-* 28
*ior numerus eſt a-ſiquidem duo milia quadraginta octo,& centum quadraginta* 9
*ſex,& quatuor quartædecimæ: ſummam ſimul attollunt c,duum milium centum* 1
*nonaginta quatuor,& fere quartam unius .& a ſolum ſumma eſt duum milium centum octuaginta ſeptem.conſtat ergo per undecimam huius ſeſquiquartamdecimam proportione maiorem eſſe ſemitonio maiore atque propoſitum. Correlarium ut præcedentium correlaria notum eſt,*

¶ Semitonium minus atque semitonium maius, in super particulari 26
proportione non cadunt: sed ea in superpartiente ratione consistere ne
cesse est.

¶ *Nam semitonium minus per correlarium uicesimæ primæ huius: cadit inter sesquioctauamdecimam & sesquinonamdecimam. atqui inter sesquioctauamdecimam & sesquinonamdecimam: nulla cadere ualet intercœpta, mediaque superparticularis habitudo. sunt enim illæ superparticulares proximæ maior atque minor. igitur semitonium minus: in superparticulari ratione consistit. neque per idem semitonium maius. Nam per correlarium præcedentis: cadit in aliqua proportione media inter sesquiquintamdecimam & sesquiquartamdecimam duas proximas superparticulares, quæ superparticularē mediam nullam admittunt. non igitur semitonium maius: cadit insuperparticulari ratione. sed & cum rationes semitonij minoris atque maioris. multis superparticularibus (ut iam uisum est) sunt minores erunt etiam minores ratione duplari, quæ multiplicium minima est, utque a minimo numero denominetur. nullus enim numerus binario minor. non est ergo semitonij minoris habitudo multiplex: similiter neque semitonij maioris. relinquitur igitur a sufficienti diuisione, cum illæ sint inter maiorem terminum, & minorem: eas esse in superpartienti genere. quod est propositum. Id tamen propter sophistas aduertere licet: quod tonus & suæ partes, consonantiæ: & consonantiarum partes intensæ, semper in superparticulari, superpartienti, aut multiplici habitudine cadunt. remissæ uero: in superparticulari, superpartienti, aut submultiplici. At uero & si ita est: solemus tamen eas omnes dicere esse in superparticulari habitudine, superpartienti, aut multiplici, idem superparticulare & superparticulare reputantes: & pro uno computantes. similiter superpartiens & superpartiens, & multiplex & submultiplex.*

¶ Musicum comma in chorda reperire. 27

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| A | f | g | c | b |
| 256 | | 243 | | |
| d | | e | | |

¶ *sit a b chorda supra quam sit propositum reperire musicum comma: in qua a b & c b sit sesquioctaua proportio atque tonus. sint præterea de minimi termini semitonij minoris. diuido spacium a b in partes æquales secundum d: ex quarum*

*numero*

*numero ab ipso b uersus a, capio secundum numerum e, & in termino earum pono notam f. tunc quæ proportio d ad e: ea erit a b ad f b. quare a b ad f b semitonium minus. Rursum c b spacium seco in æquas partes secundum numerum e: & earum partium ab ipso b uersus a metiendo, summo secundum numerum d, & in earum termino pono notam g. manifestum etiam est g b & c b esse semitonium minus. sed & cum a b & f b probatum sit etiam semitonium minus. ergo interuallum f b & g b est quo sesquioctaua proportio a b & c b: maior est duobus semitoniis minoribus. est igitur per diffinitionem f b & g b inuentum musicum comma: quod erat monstrandum.*

28 ℭComma: in minimis numeris constituere.

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 531441 | 524288 | | 497664 | 472392 |
| k | g | | h | i |
| | 65536 | | 62208 | 39040 |
| | c | | d | e |
| | 256 | | 243 | |
| | A | | b | |
| | | 8 | | |
| | | f | | |

*ℭSint a b minimi numeri semitonij minoris. duco a in se & in b, & b in se & exurgant c d e: eruntque c d & d e duo semitonia minora coniuncta. sit præterea f* 531441
*octonarius: qui ex decimaoctaua huius est primus ad b. quare per undecimam ter-* 524288
*tij arithmetices, & primus ad e. non habet igitur e octauam. duco ergo f octona-* 7153
*rium in c d e: & proueniant g h i, ut i scilicet oriatur ex f in e. certum est etiam in-* 2119
*ter g h & h i esse duo semitonia minora. & quia c est octaua pars i: addo e & i* 796
*simul, sitque eorum aggregatus k. dubium nullum est k ad i esse sesquioctauam: &* 527
*k g esse proportionem, qua sesquioctaua maior est g h & h i duobus semitoniis mi-* 269
*noribus. sunt igitur k g numeri commatis. sed quod sint minimi ex decimaquinta* 258
*tertij arithmetices notum est. Nam substracto ut eaipsa docet g ab k, & eo quod* 11
*relictum est substracto quoad potest ab g, & sic deinceps: tandem (ut ad latus ad-* 5
*iectum apparet) relinquitur unitas. Et quemadmodum comma duabus diesibus est* 1
*præpositum: ita quoque quàm facillimum est comma duabus diesibus subiungere, aut duabus interserere.*

¶ Sesquiseptuagesimaquarta: commatis proportione trranscenditur. 29

| | | | |
|---|---|---|---|
| 531441 | 531372 72 | 524288 | 7084 72 |
| A | d 74 | b | c 74 |

*¶ Sint enim a b minimi commatis, per præcedentem reperti. elicio per decimam huius: septuagesimamquartam b, quæ sit c. adiicio itaque b & c simul: & coalescat aggregeretúrque numerus d. qui si ad b conferatur: comperitur sesquiseptuagesimusquartus. atqui idem d minor a esse deprehenditur. superat ergo per undecimam huius: ratio commatis septuagesimamquartam proportionem.*

¶ Commatis ratio: sesquiseptuagesimatertia proportione minor est. vnde fit vt commatis ratio: interseptuagesimamquartam & septuagesimamtertiam constituta reperiatur habitudinem. 30

| | | | |
|---|---|---|---|
| 531470 2 | 531441 | 524288 | 7182 2 |
| d 73 | A | b | c 73 |

*¶ Sint a b, ut prius, minimi numeri commatis. capio septuagesimamtertiam partem b: quæ sit c. iungo b & c simul: & aggregetur d. eritque d ad b sesquiseptuagesimustertius. & d maior a esse conspicitur. ergo commatis ratio per undecimam huius, sesquiseptuagesimatertia proportione minor est: quod erat monstrandum. Corr. larium ut alia notum est.*

¶ Commatis ratio: in superpartiente ratione consistit. 31

*¶ Non enim in superparticulari consistet: quandoquidem duæ superparticulares proxime sesquiseptuagesimaquarta & sesquiseptuagesimatertia, omnem prorsus mediam excludant superparticularem. & tanto minus in genere multiplici consistere ualebit: ut quæ septuaginta duas superparticulares habeat se maiores. relinquitur ergo ut ea in superpartiente genere consistere possit. est enim ea maioris & minoris habitudo.*

¶ Rationes schismatis atque diaschismatis: sunt ignote, atque irrationales. Quo fit vt quarum minimi numeri tetragonicum latus non habeant: mediętatum rationes ignote irrationalésque sint omnes. 32

| 256 | 243 | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| A | b | c | d | e | |
| 531441 | 524288 | | | | |

¶ Eas rationes ignotas atque irrationales dicimus: quæ nullo certo, constitutóque numero designari ualent unquam. ut neque in geometricis diametri & coste quadrati proportio: quales schismatum, diaschismatúmque proportiones esse dicimus. Sint ergo primo a b minimi semitonij minoris: per decimamoctauam huius inuenti. b enim (ut illic quoque monstratum est) nascitur ex nouenario in se, & ternario in productum nouenarij in se. at numerus qui ex ductu nouenarij in se exurgebat, erat quadratus: & ternarius non est quadratus. ergo per decimamquartam sexti arithmetices b minus semitonij minoris extremum, ex ductu quidem non quadrati in quadratum proueniens: non est numerus quadratus. si possibile est ergo ut diaschismatos proportio in numeris sit nota: sint ergo per sextam quarti arithmetices duo diaschismata in minimus c d e coniuncta. manifestum enim est cum diaschisma sit semitonij minoris dimidium: c d & d e simul esse semitonium minus, & c ad e esse semitonij minoris interuallum. sed & cum proportiones c d & d e sint continuatae in minimis: ergo per quintam quarti arithmetices, c e sunt in sua proportione minimi. sunt ergo minimi in proportione semitonij minoris. sed & tales positi sunt a & b. igitur c & e iidem erunt numeri cum a & b: scilicet c idem a, & e idem b. Præterea quia quæ proportio c ad d ea est d ad e: ergo per primam sexti arithmetices c numerus est quadratus, & e numerus quadratus. quare & b idem numero c etiam quadratus. at b demõstratus est non quadratus. erit itaq; idem numerus quadratus & non quadratus: quod est impossibile. non igitur diaschisma notæ proportionis habebitur. Et idem de proportione schismatos demonstrabitur, sint enim a b subter designati minimi numeri commatis. quia per uicesimamoctauam huius b minor proportionis commatis terminus: fit ex ductu octonarij in quadratum lateris ducentorum quinquagintasex, & octonarius non est quadratus: ergo per decimamquartam sexti arithmetices b minor terminus commatis, non est quadratus. non igitur, simili ut prioris partis demonstratione: a b certis designatisque numeris potest æquis proportionibus diduci. est igitur schismatos eius scilicet medietatis ratio ignota, atque irrationalis. Correlarium ex modo demonstrationis notum est.

33 ¶ Tonus: duobus semitoniis minoribus: & commate constat.

¶ Nam ratio sesquioctaua: duobus semitoniis minoribus, atque uno commate constat. superat enim duas dieses duóque semitonia minora uno commate. at tonus.

*nus in eadem ratione consistit. constat igitur tonus ex duobus semitoniis minoribus & commate.*

¶ Tonus a duobus semitoniis minoribus: vno commate distat. 34

¶ *Nam substracto a sesquioctaua proportione uno commate relinquuntur duo semitonia minora: igitur & eodem commate a tono diducto duæ dieses & duo semitonia minora relinquuntur. distat ergo tonus a duobus semitoniis minoribus: uno commate.*

¶ Semitonium minus tribus commatibus maius est : vero quattuor. 35
vnde manifestum est apotomen: plura quattuor & pauciora quinque cōtinere commata.

| | |
|---|---|
| r | 277531995223258301621530747994112 |
| q | 328128389443693511257205770231761 |
| p | 2636000061952401802360312389097530 |
| o | 2178396179632950626746368 |
| n | 2153693963075557766310747 |
| m | 2067895430987964852731904 |
| l | 17098604635172352 |
| k | 1607718169966569 |
| h | 1623126552713625 6 |
| g | 134217728 |
| f | 129140163 |
| e | 127401984 |
| d | 524288 |
| c | 531441 |
| b | 243 |
| A | 256 |

¶ *Non est græca curiositas calculi labore deterrita: quo minus quot commata in diesi, quot in apotome, quot denique in tono sint, peruestigaret. quod nisi a prioribus tentatum cognouissem, cum id quoque plus laboris quam (ut mihi uisum est) in musicis modulationibus usus, utilitatisque afferat: missum fecissem. qui tamen id cognoscere desiderauerint: hoc pacto deprehendent. Sint a b minimi numeri semitonij minoris,*

*minoris, & c d minimi commatis: per decimamoctauam & uicesimamoctauam huius reperti. duco b in c & d & proueniant e f, & a in c & ueniat g: per septimam secundi arithmetices f ad e est commatis habitudo. & per octauam eiusdem: g ad e habitudo dieseos, semitoniique minoris. Deinde duco e in e, & f in f, & e in g: & nascantur h k l. per sextam quarti arithmetices pérquam facilè cognosci potest k h, continere duo commata: & per septimam secundi eiusdem l ad h esse semitonium minus. deinde duco d in h, & c in k, & d in l: & eo ordine ueniant m n o. per eandem sextam quarti cognitu facillimum est n m continere tria commata. & per septimam secundi: o m continere semitonium minus. at n numerus cognoscitur esse minor o. ergo o ad m semitonium minus: tria uincit, exuperátque commata. Deinde duco h in h & k in k & h in l. & suo ordine exurgant, oriantúrque p q r. manifestum est per idem quod prius: q p continere quatuor commata, & r p continere semitonium minus. at numerus r minor est numero q. igitur quatuor commata: amplius sunt semitonio minore. Correlarium autem hinc notum est: quòd semitonium maius solo commate superat semitonium minus. atqui semitonium minus: plura tribus & pauciora quatuor ut modo uisum est, continet commata. igitur unico superadiecto commate: semitonium maius quod uocant apotomen, plura quatuor & pauciora quinque continere est necesse.*

36 ¶ Tonum: plura septem continere commata necesse est.

*¶ Nam tonus ex semitonio minore & apotome coalescit atque constituitur. at semitonium minus per penultimam tria continet commata & amplius: & per praecedentem apotome quatuor & amplius. tria autem & quatuor & amplius: septem sunt & amplius. igitur tonus plura quàm septem continet commata.*

*¶ secundi elementorum Musicalium finis.*


Esquitonus: est qui tonum ac semitonium minus continet. quem & trihemitonium, trisemitoniúmque: inferius dicemus.
Ditonus: est qui duos complectitur tonos.
Tritonus vero: qui tres.
Consonantiæ simplices sunt: diatessaron, diapente, & diapason.
Compositæ vero: diapason diapente, bis diapason.
Diatessaron: est, consonantia, quæ ex interualli sesquitertia ratione nascitur.

Diapente: quæ nascitur ex sesqualtera.
Diapason vero: quæ ex dupla.
Diapason diapente: est quam adinuicem iunctæ constituunt diapason ac diapente consonantiæ.
Bis diapason: est quam coniungunt duæ diapason consonantiæ.

*Nec altius ascendunt Pythagorici: quòd altius ascendentibus uoces quoquo pacto illis stridulæ uisæ sint. & quòd unicuique ferme suæ uocis modum, limitésque ad consonantiam bis diapason natura fecerit, quódque habita contemplatione musica adusque consonantiam bis diapason: reliquam ut habeatur quàm facillimam putauerunt, ut qui ad ter atque quater diapason musicos modulos aptare uoluerint. & hac quoque de causa musici fermè omnes in definienda, determinandáque atque tradenda disciplina musica limites Pythagore non transcendunt: putantes eius limitibus contenti, & priscam, ueterémque authoritatem secuti, sufficiẽter determinasse. quod & nos in hoc opere tentabimus imitari.*

Sesquitonus: inter sesquiquintam atque sesquisextam collocatus est. I
vnde fit vt etsi sesquitonus iocundæ, suauiterque auditum feriat: nondum tamen consonantia ponendus sit.

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 291 3 | 288 | 283 3 | 256 | 243 | 48 3 | 40 3 |
| d 5 | A | e 6 | b | c | f 5 | g 6 |

*Sit ergo a ducenta octuaginta octo: b uero ducenta quinquaginta sex, & c ducenta quadraginta tria. per decimamoctauam secundi huius: manifestum est a ad b esse tonum, & b ad c esse semitonium minus. quare a ad c per diffinitionem erit sesquitonus. quem dico in proportione minore consistere, quàm sit sesquiquinta: & maiore sesquisexta. Nam capio per decimam secundi huius quintam partem c: & ueniet numerus 48 & tres quintæ qui sit f. addo igitur f ad c & aggregatus fiat d: qui maior inuenitur quàm a. igitur per undecimam secundi huius: d ad c proportio maior est quàm a ad c. At uero d ad c sesquiquinta est. est itaque sesquitonus in proportione minore constitutus: quàm sit sesquiquinta proportio. Capio denique per eandem decimam secundi sextam partem c: & ueniet mihi numerus 40 & semis qui sit g. aggregatus igitur g ad numerum c: restituat numerum e. certum est numerum e minorem esse quàm a. quare ut prius, a ad c sesquitonus: maior est quàm e ad c, qui in sesquisexta proportione constituitur. quod est propositum. Correlarium etiam cognoscitur. & primum quòd sesquitonus suauiter feriat auditum: cuiuslibet*

euiuſlibet muſicis modulationibus intenti,fidem facit ſenſus.quòd uero nondũ conſonantia ſit : iccirco euenit quòd ſeſquitonus in ſuperparticulari ratione non conſiſtit.quandoquidem inter ſeſquiquintam & ſeſquiſextam proximas ſuperparticulares:nulla cadit interſtes,mediáque ſuperparticularis habitudo. neque quidem eſt in multiplici genere:quoniam per undecimam primi huius dupla proportio quæ multiplicium minima eſt,ex ſeſqualtera,& ſeſquitertia proportione maximis quidem ſuperparticularibus, exurgit atque naſcitur. conſonantia autem omnis per diffinitionem in ſuperparticulari aut multiplici ratione conſiſtit. eſt ergo totum propoſitum notum.

2 ¶Itidem ditonus,inter ſeſquitertiam atque ſeſquiquartam medius:minime muſicam complet atque perficit harmoniam.

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 85 1 | 81 | 80 | 72 | 64 | 21 1 | 16 |
| D 3 | ·A | E | B | C | F 3 | G |

¶Harmoniam & conſonantiam idem dicimus : & huius ut præcedentis procedit demonſtratio.Sint ergo a b c duo toni in minimis conſtituti:ut 81,72,64.dico ditonum a ad c:conſiſtere in proportione minore ſeſquitertia, & maiore ſeſquiquarta,& muſicam conſonantiam haudquaquam perficere.Capio enim tertiam partem c per decimam ſecundi huius,ut ſæpè factum eſt : ut uenit unum & uiginti cum triente unius,qui numerus ſit f.addo itaque f 21 & trientem ad numerum c 64: & aggregatus eſt 85 cum tertia parte unius qui idem ſit d. manifeſtum eſt d ad c eſſe ſeſquitertium,at d maior eſt a.continet enim a duntaxat unum & octuaginta:d uero octuaginta quinque & amplius . eſt ergo ſeſquitertia proportio : ditono maior.Et rurſum capio quartam partem c quæ ſit g: quam addo ad c & ſurgat e, qui erit ad c ſeſquiquartus.at a maior eſt e. igitur per undecimam ſecundi huius: ditonus ſeſquiquartum tranſcendit. & cum inter ſeſquitertium & ſeſquiquartum nullus cadat ſuperparticularis medius, neque multiplex : erit ergo ditonus in proportione ſuperpartiente collocatus . quare muſicam conſonantiam (etſi in muſicis modulationibus ſit euphonus ſuauitérque auditũ feriens )nondum tamen perficit.

3 ¶Ditoni interuallum:ſola ſeſquitonum ſuperat apotome.

¶Nam ſeſquitonus unum tonum continet integrum: & ſecundi toni continet ſemitonium minus.ſed cum tonus ex ſemitonio minore & apotome conſtet,euadátque coalitus . ergo ſeſquitono ad ſecundi toni completionem : ſola deeſt apotome.

*apotome. at ditomis solos duos incolumes, integrósque possidet tonos. ergo ditoni interuallum: sola apotome, solóque semitonio maiore, sesquitoni superat interuallum. quod est propositum.*

¶Diatessaron consonantiam: in data chorda collocare. 4

4 3

A c d e b

*¶Cum enim epitrita, sesquitertiáque proportio, consonantiam diatessaron creet: idcirco data quacunque chorda ut a b eam in quatuor æquas portiones diuido. ut a c, c d, d e, & e b. & dico a b ad c b: consonare diatessaron. Nam a b continet c b: & insuper a c, quæ tertiæ parti c b æquatur. est ergo interuallum a b sesquitertium ad c b. ergo a b ad c b, per diffinitionem consonat diatessaron: & consonantia diatessaron in chorda a b data, collocata. quod est propositum.*

¶Tritonus: consonantiam diatessaron transcendit. 5

*¶Nam per decimamoctauam primi: tres sesquioctauæ proportiones, amplius sunt sesquitertio interuallo. atqui in tribus sesquioctauis: per diffinitionem tres consistunt toni. igitur in tribus sesquioctauis consistit tritonus. & in epitrito, sesquitertióque interuallo: consistit consonantia diatessaron. igitur consonantiam diatessaron transcendit, ut proponebatur: tritonus.*

¶Consonantiam diatessaron: duobus tonis atque semitonio minore constare necesse est. Vnde facilè comparatum est: sesquitonum tono, & ditonum semitonio minore citra diatessaron concentum deficere. Compertum item est consonantiam diatessaron: quinque dieses & duo commata continere. 6

*¶Diatessaron consonantia.*

A c b

*¶Sit a b & c b consonantia diatessaron. dico eam duobus tonis & semitonio minore constare. Nam cum a b & c b sit diatessaron: erit a b & c b per conuersionem diffinitionis sesquitertius. at cum semitoniũ minus: per diffinitionẽ sit id quo*

ſ:ſquitertia. duobus tonis maior eſt.continet ergo a b & c b: ſemitonum minus & duos tonos.igitur conſonantia diateſſaron:duobus tonis,ſemitonioque minore conſtat. Et primum correlarium:hinc facile cognoſcitur.Cum enim ſeſquitonus ſolum tonum & ſemitonium tonus contineat deeſt igitur ipſi ad conſonantiam diateſſarō complendam per præſentem unus tonus.Et cum ditonus ſolum duos complectatur tonos:deerit ipſi ad eandem complendam ſemitonium minus. Secundum uero hinc haud difficile perſpicitur cognitum.Nam cum tonus per triceſimamtertiam ſecundi duas dieſes & unum comma contineat: duo toni quatuor dieſes & duo cō tinebunt commata.at per præſentem diateſſaron conſonantia:duobus tonis unam dieſim ſuperaddit.continet igitur conſonantia diateſſaron: quinque dieſesatque duo commata.quod eſt totum propoſitum.

7 ¶Quinque toni:duas diateſſaron conſonantias vno commate vincunt, euaduntque maiores.

¶Putauit Ariſtoxenus muſicus diateſſaron conſonantiam duobus tonis & integro ſemitonio conſtare.& proinde duas diateſſaron conſonantias:quīque tonos implere cuius error ex tertio muſices diui Seuerini Boetij,& ex hac & præcedentem conſonantia diateſſaron non ex duobus tonis & ſemitonio minore.quod ex uiceſima prima ſecundi:inter ſeſquioctauamdecimam & ſeſquinonamdecimam proportionem collocatur.integrum autem ſemitonium per decimamquartam eiuſdem:inter ſeſquiſextamdecimam & ſeſquiſeptimamdecimam collocaretur.diminutius eſt ergo ſemitonium minus integro ſemitonio.Quia ergo(ut per præcedentem dictum eſt conſonantia diateſſaron duos tonos,& ſemitonium minus continet:duæ igitur diateſſaron conſonantiæ continebunt tonos quatuor, & duo ſemitonia minora.& quia per triceſimamtertiam ſecundi:tonus continet duo ſemitonia minora & unum comma.ergo duæ diateſſaron conſonantiæ:quinque tonos uno commate minus,cō tinent.quinque igitur toni:duas diateſſaron conſonantias uno commate uincunt atque euadunt maiores,quod intendebatur.

8 ¶Conſonantiam diapente:in aſſignato neruo conſtituere.

| | | | |
|---|---|---|---|
| 3 | 2 | | Conſonantia diapente. |
| A | c | d | b |

¶Sit aſſignatus numerus a b ſupra quem iuſſum ſit conſonantiam diapente collocari .diuido a b in tres adinuicem æquas partes per notas a c d b:ita ut a b tres contineat,& c b earum contineat duas.erit per diffinitionem a b ad c b: hemiolium,

sesqualterumque interuallum.sed consonantia diapente:per diffinitionem ex ea interualli ratione nascitur.ergo a b ad c b consonabit diapente.eritque a b ad c b in data chorda assignatoue neruo,consonantia diapente collocata.

¶ Tres toni:consonantia diapente minus sunt.& quatuor:eandem cōsonantiam transcendunt. 9

¶ Etsi ex quinta huius satis cognoscitur tritonum non posse efficere diapente consonantiam: hæc etiam ostendit tritonum diapente consonantia esse minorem. Nam per decimamoctauam primi huius:tres sesquioctaui minus sunt sesqualtero interuallo.& per decimamnonam eiusdem:quatuor sesquioctaui sesqualterum superant interuallum.consonantia autem diapente:in sesqualtero sita est.ergo tres toni in tribus sesquioctauis constituti:minus sunt consonantia diapente.& quatuor toni in quatuor consistentes sesquioctauis:eandem consonantiam magnitudine transcendunt.quod est totum propositum.

¶ Consonantia diapente:tribus tonis,semitonioque minore cōstat.Quo fit vt a diapente subducto tono:diatessaron consonantia relinquatur. subducta autem diatessaron consonantia relinquatur & tonus. 10

¶ Nam per decimamquintam primi si a sesqualtero interuallo sesquitertium demptum fuerit:relinquetur sesquioctauum.sed ut in demonstratione sextæ huius uisum est:sesquitertium continet duos tonos cum semitonio minore.ergo consonantie diapente sesquioctauum hocest tonū,ultra duos tonos cum semitonio minore continēs tribus tonis & semitonio minore constabit quemadmodum propositum est.Correlarium cognoscitur.Nam diapēte per præsentē cōtinet 3 tonos cū semitonio minore at subtracto tono:residui sunt duo toni,atq; semitoniū minus.& per 6 huius 2 toni cū semitonio minore:cōstituunt cōsonantiam diatessarō.substracto igitur tono a cōsonantia diapēte:reliquitur diatessarō.sed & cū diapēte cōstet ex tribus tonis cū semitonio minore:substracta ergo diatessarō.cōsonantia q; duobus tonis & semitonio more completur,relinquetur(quemadmodum secunda pars correlarij proponit) tonus.quod est totum correlarium.

¶ Diapente consonantia:minus octo semitonijs minoribus continet. 11

¶ Nam cū tonus unus,duo semitonia minora & unū cōma cōtineat:tres toni & unū semitoniū minus,septē semitonia minora & tria commata continebunt.at tria commata per tricesimamquintam secundi huius:semitonio minore sunt contractiora. ergo diapente quæ per præcedentem tribus tonis & semitonio minore constat minus octo semitonijs minoribus continebit.sed quemadmodum facile monstratū est diapente consonantiam nondum octauum attingere semitoniū minus,octauamque diesim:ita quoque facile monstratu esset, eandem consonantiam nonum septimam attingere apotomen.

Diapente

12 ¶Diapente conſonantia:ditono,ſeſquitonoque coniungitur.

*¶Nam diapente per penultimam tribus tonis & ſemitonio minore conſtat. & ditonus & ſeſquitonus ſimul tres tonos & ſemitonium minus efficiunt.igitur ditonus atque ſeſquitonus pariter copulati:conſonantiam diapente iungunt.quod intenditur.*

¶Conſonantiarum diapente & diateſſaron:tonus differentia eſt. Quo
13 fit ut diateſſaron conſonantia,adiuncto tono:conſonantiam diapente reſtituat.

*¶Differentia hic uocatur ea proportio:qua maior ſuperat minorem. Nam per correlarium decimæ huius:ſubducto tono a conſonantia diapente, relinquitur conſonantia diateſſaron ſolo igitur tono:conſonantia diapente, conſonantia diateſſaron. eſt maior.eſt igitur per diffinitionem:harum conſonantiarum tonus differentia. & correlarium ſtatim ex propoſitione notum eſt.*

14 ¶Bis diateſſaron: ſeſquitono conſonantiam diapente tranſcendit.

*¶Diateſſaron enim:per ſextam huius,duos tonos atque ſemitonium minus continet.ergo bis diateſſaron:quatuor tonos,& duo ſemitonia minora continebit.atqui a quatuor tonis & duobus ſemitoniis minoribus dempto ſeſquitono: relinquuntur tres toni & ſemitonium minus.At uero per decimam huius:conſonantia diapente, totidem tonos cum ſemitonio minore complectitur.ergo bis diateſſaron:ſeſquitono conſonantiam diapente tranſgreditur tranſcenditque,quemadmodum proponitur.*

15 ¶Conſonantiæ diateſſaron,ac diapente,in maximis ſuperparticularibus ſunt collocatæ.

*¶Nam ex diffinitione:conſonantia diateſſaron in epitrita ſeſquitertia quæ proportione collocatur, & diapente in hemiolia atque ſeſqualtera,at nullæ ſuperparticulares:ſeſqualtera & ſeſquitertia ſunt maiores.nam a ſecunda & tertia parte.quæ maximæ ſunt ſeſe conſequentes partes:denominantur.igitur hæ conſonantiæ ex maximarum ſuperparticalarium originibus ductæ:in maximis ſuperparticularibus ſunt collocatæ,quod eſt propoſitum.*

¶Bis diateſſaron,aut bis diapente: nullam conſonantiam componere
16 poteſt.

*¶Hæc proponit duas diateſſaron conſonantias,aut duas diapente conſonantias: nullam conſlare poſſe conſonantiam.Nam & diateſſaron & diapente non in multiplicibus:ſed ſuperparticularibus ſunt conſtitutæ.& per primam petitionem quæ interualli ad interuallum proportio eſt:ea quoque eſt & ſoni ad ſonum.at per ſextam primi duo ſimilia interualla non multiplicia: neque multiplex neque ſuperparticulare creant interuallum. quare neque illourm ſoni in multiplici:*

neque in superparticulari genere existunt. omnis autem consonantia: aut in superparticulari, aut in multiplici ratione collocanda est. sic enĩ cõsonantiæ nomine: hoc in loco, Pythagoricam sequentes authoritatem, suscepimus utendum. ergo duæ consonantiæ diatessaron aut duæ diapente: nullam efficient consonantiam. & non modo id uerum sit: sed & quotquot consonantiæ diatessaron in immensum copulentur, & quotquot diapente, nullam unquam consonantiam ex quinta primi huius efficere ualebunt.

Adiuncto ad consonantiam diapente tono: nulla parabitur consonã- 17
tia. item neque ad diatessaron trisemitonio.

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| G | 11 | | | Numerorum dria | T | 3384 | | | Numerorũ R S dría |
| E | 27 | F | 16 | Sexta maior | R | 9216 | S | 5832 | Sexta min. |
| C | 9 | D | 8 | Tonus | P | 2304 | Q | 1944 | Sesquiton. |
| A | 3 | B | 2 | Diapente | N | 4 | O | 3 | Diatessarõ |
| | | | | | L | 256 | P | 243 | Semit.mi. |
| | | | | | H | 9 | R | 8 | Tonus. |

Et si hic sonorum congressus nondum consonantia sit: euphonum tamen musici reputant melo, modulaminibusque aptum. sextamque: quot sex impleatur uocibus, nostri nunc nuncupant, & quatuor tonis atque una diesi, hoc est semitonio minore: cõstat. qui quod nondum consonantia sit patet. Accipio enim a & b ternarium & binarium: minimos scilicet numeros consonantiæ diapentæ. & c d nouenarium atque octonarium minimos numeros toni. & duco c in a & ueniat e septem supra uiginti, & d in b & ueniat f decem & sex. per tertiam quinti arithmetices e ad f continet sesqualterum & sesquioctauum: quare e ad f continet diapente atque adiunctum tonum at manifestum est e ad f 27 scilicet ad 16 non esse multiplex. nam septem & uiginti: non continent bis aut tertio aut deinceps sedecim. neque e superparticularis est ad f. nam dría numeri e ad f est undecim qui numerus summæ 16 pars nulla est. transcendit enim undenarius sedenarij dimidium. igitur adiunctus ad consonantiam diapente tonus: nullam parit consonantiam & simili argumento adiecto ad consonantiam diatessaron sesquitono nulla fit consonantia ut ex secunda figuratione perfacile patere potest. fit tamen euphona uocum congressio: quam item sextam nuncupant, sed quæ a prima contractior tota distet apotome. est ergo hæc minor: illa uero maior. constat enim prima ut dictum iam est, quatuor tonis & una diesi: secunda uero tribus tonis & duabus diesibus. Primam sonat parhypate hypaton ad mesem: secundam uero quæ contractior est, sonat hypatæ hypaton ad li

chanon

*lichanon meson.quæ autem hypate,quæ parhypate,qui lichani, & quæ mese dicantur:sequens liber declarabit.*

18 ¶Quo pacto diapason consonantia:in chorda sit adiungenda.

| A | B | C | Consonantia diapasoni |
|---|---|---|---|

*¶Hæc consonantiarum ut in libro problematum testatus est Aristoteles:elegantissima pulcherrimaque est.Chordam ergo a b seco per medium per notam c.& quia a b ad c b est dupla interualli habitudo: ergo per diffinitionem a b ad c b consonat diapason.*

19 ¶Consonantia diapason:in sex tonis minime consistit.sed quinque amplior:sex vero tonis,consonat contractior.

*¶Nam per uicesimam primi,quinque coniuncti secquioctaui:minus duplici interuallo coniungunt.& per uicesimamprimam eiusdem:sex coniuncti maiores uno duplici interuallo euadunt.ergo quinque toni,minores sunt diapason consonantia: & sex,eadem sunt ampliores.consonat ergo diapason quinque tonis amplior:sed & sex eadem modulabitur inferior.*

20 ¶Diapason:ex diatessaron & diapente consonantis coniungitur.

*¶Nam per decimamquintam huius:diatessaron & diapente in maximis superparticularibus sunt collocatæ.atper undecimam primi:duplex interuallum ex duobus maximis superparticularibus coniungitur. & duplex interuallum:consonantiæ diapason interuallum existit.igitur consonantiam diapason: diatessaron & diapente consonantiæ simul coniungunt.quod est propositum.*

¶Consonantia diapason:quinque tonis & duobus semitoniis minori-
21 bus,quæ tonum minime complent,perficitur.Vnde quoque manifestũ esse potest:consonantiam diapason solo a sex tonis commate distare.

*¶Per præcedentem enim diatessaron & diapente consonantiam diapason iungũt diatessaron autẽ per sextam huius duobus tonis & semitonio minore constare monstrata est:& diapente per decimam tribus tonis semitonioque minore. at duo toni & semitoniũ minus,& tres toni & itidem semitonium minus simul conflati:quinq;efficiuntur toni atqui duo semitonia minora tonum non perficiunt: uerum ab eo deficiunt commate.igitur consonantia diapason:quinque tonis & duobus semitoniis minoribus,quæ tonum implent,quemadmodum iam propositum est,perficitur Correlarium ex demonstrationis calce notum esse potest.Ex quo liquet perfacile esse in neruo musicum comma peruestigare.Nam in eo a principio constitutis,continuatisque sex tonis,& ab eodem nerui initio ad mediam chordæ notam intensa diapason consonantia:quod inter mediam nerui notam,& ultimum sex tonorum signum continetur,ex præsentis correlario erit commatis interstitium.*

¶ Dempta ex diapason consonantia diapente: relinquitur diatessaron. 22
& ex eadem dempta consonantia diatessaron: relinquitur diapente. dē
ptis autem ex ea diapente & tono: relinquitur sesquitonus.

*¶ Prima pars & secunda statim per penultimam cognitæ sunt. Item & per præcedentem. Nam per præcedentem diapason quinque tonis & duobus semitoniis minoribus constat: a quibus si tres tonos & unum semitonium minus tollas, quę per decimam huius diapente consonantiam continent, reliquuntur duo toni & semitoniū minus, quæ per sextam huius diatessaron consonantiam efficiunt. dempta igitur ex diapason consonantia diapente: relinquitur diatessaron, quod est primum. Secundū eadem facilitate declaratur. Nam ex quinque tonis & duobus semitoniis minoribus: si duos tonos & semitonium minus tollas. relinquuntur tres toni & semitonium minus. Tertium consimiliter. demptis enim a consonantia diapason, hoc est a quinque tonis & duobus semitoniis minoribus: demptis inquam quatuor tonis & semitonio minore: reliquus est tonus unus & semitonium minus. Et quot dieses, quot apotomas, quot denique commata contineat diapason: deprehensionis sunt facillimæ. in nulla tamen æqualiter: tota ipsa diuidua est. quandoquidem diapason in multiplici ratione consistit: quæ omnino in quotlibet æquas proportiones quæ multiplices non sint, per sexagesimam noni arithmetices diuidi non potest.*

¶ Nulla simplex consonantia: in duo æqualia, certo, constitutoque nu- 23
mero diuisibilis est.

*¶ Simplices consonantias uocamus diatessaron, diapente, diapason. de diatessaron autem & diapente constat: quæ ex superparticularibus interuallis surgunt, quæ per quintam primi nullo pacto hūc in modum dirimi possunt, de diapason uero consonantia: idem subit iudicium. Nam quoniam minimi eius numeri sunt duo & unū & duo quadratus non est: igitur per correlarium tricesimæ secundæ secundi huius consonantia diapason quæ consistit in proportione duorum ad unum. minime in duo æqualia partietur, & eodem quoque iure neque eadem consonantia in plura duobus dimetietur, dirimeturque æqualia. Et profecto uelle hoc pacto consonantiam diapason in plura æqua diducere: est in geometricis diametrum coste quadrati uelle commensurare. sed id ultimum: musicum non est.* 24

¶ Diapason ac diatessaron: consonantiam non esse.

| | | | |
|---|---|---|---|
| E 8 | f 3 | | g 2 |
| 2 1 | 4 | 3 | |
| A b | c | d | |

*¶ Et si in diapason ac diatessaron sit duarum uocum dulcis, amenaque congressio, ut quemadmodum compulsatur sesquitonus: non iccirco tamen euenit diapason ac dia,*

diatessaron consonantiam dic intereri. Tametsi Ptolomæo secus quam Pythagoricis hac in re uisum sit: quod monstratur facillimum, est. Sint enim a & b binarius & unitas, minimi scilicet numeri consonantiæ diapason. & c d quatuor & tria minimi idemtidem consonantiæ diatessaron. duco c in a & ueniet octonarius qui sit e: & d in b & ueniet ternarius, qui sit f. per tertiam quinti arithmetices, e ad f continet duplam & sesquitertiam: quare diapason ac diatessaron. sed e octonarius, nō est multiplex ad f ternarium, neque superparticularis: quod eum bis contineat & insuper binarium qui ternarij non pars ulla est sed partes. est enim octonarius ad ternarium: duplex superbipartiens. Non est igitur diapason ac diatessaron consonantia. omnis enim consonantia: aut in superparticulari, aut in multiplici genere, ex diffinitione cōsistit. Et in hoc facile cognosci potest ex nono problematum libro quod Pythagoricis consensit Aristoteles: cum inquirit cur non bis diapente, aut bis diatessaron reddi consonantia potest, ut bis diapason coaptari solet. Hoc (inquit) ideo est quod diapente consonantia posita in proportione sesqualtera est: diatessaron uero in sesquitertia. quod si duo sesqualteri aut sesquitertij numeri ordine disponantur: extremi nullam inuicem proportionem habebunt. neque enim superparticulares neque multiplices esse poterunt. at diapason concinentia quoniā in duplari proportione consistit: hoc geminata, quadruplam inuicem extremi tenebunt. habebuntque ꝓportionem. Vides ergo quo pacto Aristoteles consonantiarum proportiones solas superparticulares aut multiplices efficit: superpartientes: quasi prorsus nullæ sint, repudians. Et re uera Ptolomæi cum Pythagoricis magis in nomine quam in re ipsa dissensio putanda est. sed de his hactenus.

25 ¶ Diapason ac diapente: in triplici consistit ratione. estque diapason ac diapente: consonantia vna.

¶ Quia enim diapason ac diapente in tripla ratione consistat: hoc ideo est, quod ex duodecima primi ex duplici atque sesqualtero interuallo triplex nascitur interuallum. duplex autem & sesqualterum: sunt consonantiarum diapason & diapente interualla. igitur iunctæ consonantiæ diapason ac diapente: in tripla ratione consistunt. sed cum sensu iam satis exploratum hunc concentum modulatæ: suauiterque ad auditum peruenire: ergo per diffinitionem is concentus cōsonantia est. quod est totum propositum.

26 ¶ Diapason diapente ac tonus: melos citra consonantiam eliciunt.

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 27 | | | | 8 |
| e | | | | f |
| 3 | | 1 | 9 | 8 |
| a | [illegible] | b | c | d |

¶Melos hic uocamus ſuauem auribus acceptam uoculationem, amenumque plurimũ uocum congreſſum, ſed quod diapaſon diapente & tonus ſimul iuncta, melos cõſtituunt: ſtatim notum eſt. Nam hæc ſonorum uoculatio ſuauiter. ut experientia diſcitur, auribus accidit. ſed quod conſonantiam nullam pariant: oſtenditur. quoniam enim per præcedentem diapaſon ac diapente in tripla proportione conſiſtit. ſint ergo a b tria & unum minimi conſonantiæ diapaſon ac diapente: & c d nouem & octo, minimi numeri toni. duco c in a & d in b, & ueniant e f, 27 ſcilicet & 8. inter quæ eſt diapaſon diapente atque tonus. ſed e ad f neque ſuperparticularis neque multiplex: quinimo e continet f ter & tres eius octauas, eſtque e ad f triplus ſuperpartiens octauas. non concinit igitur e f aliqua conſonantia. quod totum eſt propoſitum.

¶Bis diapaſon conſonantia: in quadruplari conſtituta reperitur habitudine. 27

¶Quia enim bis diapaſon in quadruplari conſiſtat: ſtatim eſt manifeſtum. Nam per decimamtertiam primi, duo duplicia interualla: quadruplex iungunt interuallum. diapaſon autem in duplari conſiſtit. igitur bis diapaſon quadruplarem iungit habitudinem: quæ eſt multiplex. & cum bis diapaſon ad auditum ſuauis, emodulataque perueniat: ut id quoque ſenſu ſatis perceptum eſt. ergo per diffinitionem erit conſonantia. quod erat monſtrandum. Pythagorici & prioris muſici omnes, concentuum modum in terminis quadruple atque in finibus conſonantiæ bis diapaſon perſtrinxerunt: non temere longius progreſſi, aut quod inter illos terminos unicuique factus a natura reperitur ſuæ uocis modus, aut quod ſtridulus ille canor illis (ut iam quoque dictum eſt) uiſus eſt, quodue ſeriam iam relinquunt mediocritatem, aut quod hactenus contemplatio ſatis ipſis eſſe uiſa eſt ad muſicam inſtitutionem. poſteritas autem ad ter diapaſon uel & amplius adauxit ad terminos uſque octuple longius euagata: de quibus neceſſaria ſpeculatio non incumbere uidetur, ſed pauca paucis ſtrinxiſſe ſatis erit. Nam qui modulationem ſupra bis diapaſon cognoſcere deſyderabunt: facili demonſtratione ut præcedentia percipient. bis enim diapaſon ac diateſſaron: in proportione quincupla ſeſquitertia conſiſtit. & proinde plane conſonantia putanda non eſt. bis diapaſon ac diapente in proportione ſeſcupla: & ideo conſonantiis annumerata. ter uero diapaſon: in proportione octupla.

¶Omnes conſonantias: in data chorda ſuo ordine ſubiungere: & eas ſenſu perceptibiliter experiri. 28

| A | c | d | e | f | g | h |
|---|---|---|---|---|---|---|

*¶sit a b data chorda in qua propositum sit consonarias diatessaron, diapente, diapason, diapason ac diapente, & bis diapason situare. colloco in signo a brachium circini immobile & ad totius chorde quartam partem extendo circini brachium mobile: & in termino eius pono notam c. deinde extẽdo idem brachium ad eiusdem chorde partem tertiam: & in termino pono d. mox ad totius chorde partem mediam quam designo nota e. deinde eodẽ brachio capio totius chorde bissen, hoc est duas tertias: & in termino bisses pono f. mox extendo circinum ad chorde dodrantem, hoc est ad tres eius completas quartas: in cuius fine affigo notam g. tunc sic a b & c b, per quartam huius: consonat diatessaron. a b & d b per octauam: diapente. a b & e b per decimamoctauam: diapason. a b & f b per uicesimamquintam: diapason ac diapente. postremo uero a b & g b per præcedentem: bis diapason. suppone igitur musicale hemispherium sensim singulis chorde notis, & sonos ad totius chorde num diligenter attende: & suo ordine propositas concinentias annotabis. quod promptius experiri ualebis: si chorde a b chordam equisonam, unisonámque etiam collocaueris, cuius sonum cum singulis sectionum a b percussionibus non segniter attenderis.*

29 ¶Consonantiarum hoc pacto digestarum: finis consonantiæ diatessaron, ad finem diapente sonat tonum. ad finem diapason: consonat diapente. ad finem diapason ac diapente: inconsonus. ad finem vero bis diapason: consonat diapente ac diapason.

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| A c | d | e | f | g | b | |

*¶sint a, c, d, e, f, g, b modo qui dictus est digestæ consonantiæ: dico c b finem consonantiæ diatessaron ad d b sonare tonum, ad e b esse diapente, ad f b inconsonum esse, ad g b uero consonare diapente ac diapason. Nam per præcedentem a b & c b est diatessaron: & a b & d b diapente. dempta ergo a b & c b diatessaron consonantia, ab c b & d b diapente: per correlarium decimæ huius relinquitur tonus. quod autem relinquitur est c b & d b: igitur c b ad d b sonat tonum. & quoniam per præcedentem a b & e b concinit, modulatúrque diapason: substracta igitur a b & c b diatessaron ab a b & e b, per uicesimamsecundam huius quod relinquitur est diapente. atqui quod relinquitur est c b & e b: igitur c b ad e b consonat diapente. & quia per præcedentem a b & f b consonat diapason ac diapente: subducta igitur a b & e b consonantia diapason: quod relinquitur est diapente. quod autem relinquitur est e b & f b. igitur e b & f b consonantia est diapente. sed per modo monstratum c b & e b etiam diapente est: igitur c b & f b est bis diapente. at per*

*decimamsextam huius bis diapente consonantia componi non potest: igitur e b ad f b inconsonus est. postremo quoniam ut ex præcedenti notum est a b & g b consonat bis diapason. dempta igitur a b & e b diapason consonantia: relinquitur e b & g b esse diapason. atqui c b & e b per secundam partem huius mõstrata est esse diapente. igitur adiuncta c b & e b consonantia diapente ad e b & g b, constituitur diapente ac diapason. consonat ergo c b & g b diapente ac diapason. quod est totum propositum.*

Sic positis consonantiis: finis diapente ad finem diapasõ modula- 30
tur diatessaron. & ad finem diapason ac diapente: modulatur diapason. ad finem vero bis diapason, euphonus est: sed qui nondum consonantia est.

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| A | c | d | e | f | g | b |

*Esto præcedentium hypothesis: dico d b finẽ diapente, ad e b consonare diatessaron. ad f b: diapason. & ad g. b sonare diatessaron ac diapason. Nã per penultimã a b & e b cõsonantia est diapason. & a b & d b diapente. substracta igitur a b & d b diapente, ab a b & e b consonantia diapason: per uicesimamsecundam huius relinquitur diatessaron. quod autem relinquitur est d b & e b: igitur d b ad e b consonat diatessaron. & quia in præcedenti monstratum est e b & f b esse diapente, & nunc d b & e b esse diatessaron: ergo per uicesimam huius d b & f b ex illis duabus conflata, coalitáque consonantia, modulabitur diapason. Rursum cum e b & g b in præcedenti mõstrata sit diapason, & e b & f b diapente: ergo per uicesimamsecundam huius f b & g b est diatessaron. & d b & f b nunc monstrata est diapason. igitur d b & g b est diapason ac diatessaron. quæ cum modulatio sit euphona, & eam monstrauerit uicesimaquarta huius non esse consonantiam: totum liquet monstratum propositum. & ex hac quoque pariter cognitum est finem diapason: ad finem diapason ac diapente modulari diapente ut e b ad f b. & ad finem bis diapason: consonare diapason.*

Consonantiarum sic collocatarum: totius chorde atque cuiusque se- 31
ctionis numeros designare.

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 24 | 18 | 16 | 12 | 8 | 6 | |
| a | c | d | e | f | g | b |

Duco

*Duco duo, tria, & quatuor in ſeinuicem: & numerum inde ſurgentem atque productum qui habebit ſecundam tertiam & quartam, pono totius lineæ numerum quem icc irco uoco numerum a b. ab quo demo quartam partem & reliquus ſit c. b: & erit primus numerus ad ipſum ſeſquitertius, quare diateſſaron. & ab eodem numero demo partem tertiam & reſiduus ſit d b: erítque a b ad b ſeſqualter, quare conſonantia diapente. & iterum ab a b diduco partem mediam, & reſiduus ſit e b: erítque a b ad e b duplus. quocirca diapaſon conſonantia inter eos exurget. & numeri a b ſumo ſolam tertiam quæ ſit f b: erit ergo a b ad f b habitudo tripla. continebunt igitur a b & f b diapaſon ac diapente. Rurſum numeri a b ſola quarta ſit g b: erit a b ad g b quadruplus. quare a b & g b ſunt numeri bis diapaſon. ſunt itaque totius chordæ a b & cuiuſque ſectionis eius ſecundum aſſignatas conſonantias deſignati numeri. quod erat demonſtrandum.*

Quotcunque harmonicas medietates aſsignare: inter quarum termi-
33 nos eorúmque differentias, omnes muſicæ reperiantur conſonantiæ.

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Harmonicæ | 12 | 8 | 6 | | Epitritus | b c | Diateſſaron |
| Medietates | 6 | 4 | 3 | | Hemiolius | a b | Diapente |
| | a | b | c | | Duplaris | a c | Diapaſon |
| Differentiæ | | 2 | 1 | | Triplaris | c e | Diapaſon diapēte |
| | | d | e | | Quadruplaris | b e | Bis diapaſon. |

*Harmonica medietas in arithmeticis diffinita eſt: quando trium terminorum ut maximus ad minimum, ita differentia maiorum ad differentiam minorum. ſit ergo c quicunque numerus partem tertiam habens quæ ſit e. duplo c: ſítque duplatus a. manifeſtum eſt a ad c eſſe duplum. & quia c continet tria e: ipſum a continet ſex e. addo e ad c & fiat b & erit notum b ad c eſſe ſeſquitertium, & b continere quatuor e, atque e eſſe differentiá b ad c. Itidem quia b cōtinet quatuor e, & a continet ſex e: a erit ſeſqualter ad b. & quia b æquatur quatuor e, & a ſex: ergo differētia a ad b æquatur duobus e, quæ ſit d. quia enim d æquatur duobus e: ergo d duplus eſt ad e. dico ergo a b c datā eſſe harmonicam medietatē: inter cuius terminos a b c & eorum differentias d e, omnes muſicæ conſonantiæ reperiuntur. nam a ad b maximi ad minimum monſtrata eſt proportio eſſe dupla: & ſimiliter habitudo d ad e differentiæ ſcilicet maiorum ad differentiam minorum etiam oſtenſa dupla. ſunt igitur per diffinitionem a b c termini in harmonica medietate conſtituti. At ſi b ad c compares: monſtratus eſt ſeſquitertius, quare conſonantiæ diateſſaron interuallum. & ſi a ad b: monſtratus eſt ſeſqualter atque hemiolius, & diapente interuallum. & ſi a ad c: duplū habes & cōſonantiam diapaſon. ſi uero c ad e contuleris*

*habes triplum, & per uicesimamquintam huius consonantiam compositam diapason ac diapente. & si b ad e: quadruplum, & per uicesimamseptimam huius bis diapason. at cum cætera monstrata sint non esse consonantias: constat diatessaron, diapente, diapason, diapason ac diapente, & bis diapason omnes consonantias quibus in disciplinis se exercere solent musici, inter terminos harmonice medietatis & horum differentias, fuisse repertas. & si duxeris binarium in a b c & in illos qui inde prouenerint, & quoties uolueris in prouenientes: ex septima secundi arithmetices cognoscere promptum est toties constitui harmonicam medietatem, consimiles inter suos terminos & suorum terminorum differentias, consonantias musicas seruantem. & idem fuerit si quemcunque alterum numerum in illos terminos duxeris. placuit tamen diuo seuerino quadragesimo octauo capite secundi suæ arithmetices ad omnes consonantias musicas complectendas: duas ordinare medietates harmonicas, unam in duplari, & alteram in triplari: sed & idem etiam fieri posse una sola constituta: iam satis monstratum arbitramur.*

Quotlibet maximas harmonias, quarum quælibet primordium conso- 33
nantiarum, consonantiásque contineat omnes: constituere.

| | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Maxima har. | 24 | 18 | 16 | 12 | | | | |
| Maxima har. | 12 | 9 | 8 | 6 | | Epogdous | b c | Tonus |
| | a | b | c | d | | Epitritus | a b | Diatessaron |
| Differentiæ. | 3 | | | 3 | | Hemiolus | a c | Diapente |
| | e | | | f | | Duplaris | a d | Diapason |
| Differentiæ. | | 4 | | 2 | | Triplaris | d h | Diapasō diapēte. |
| | | g | | h | | Quadruplus | c h | Bis diapason. |

*Maximam harmoniam uocant: quando quatuor solidorum terminorum in geometrica medietate constitutorum, inter maximum, unum mediorum & minimum medietas arithmetica continetur, & rursum inter maximum terminorum, alterum mediorum, & minimum continetur harmonica. Medietas geometrica: est quando terminorum, est proportionum similitudo. Arithmetica uero: quando terminorum est differentiarum æqualitas. quid harmonica iam dictum est. solidi termini dicuntur: qui ex trium in se laterum ductu producuntur. sed hæc omnia ex arithmeticis quam notissima sunt. Primordium consonantiarum: appellamus tonum. Capio ergo d numerum quemcunque qui secundam & tertiam habeat: sitque eius secunda f. & tertia h. duplo d & sit duplatus a: quiquidem a duplus erit ad d. addo h ad d*

*sitque*

sitque compositus c. eritque sesquitertius ad d. sed & cum a monstratus sit duplus ad d: ergo per undecimam primi huius, a ad c est sesqualter. Praeterea f secundam partem d addo ipsi d, & compositus sit b: certum est b ad d esse sesqualterum. quare per eandem undecimam primi, a ad b est sesquitertius. Ab a c igitur qui monstratus est sesqualter, ablato a b sesquitertio: per quintamdecimam primi, relinquitur b ad c sesquioctauus. Sit praeterea g differentia a ad c. quia d continet tria b: c continebit quatuor, & a sex. ergo g differentia a ad c: continet duo b. est itaque g ad b duplus. & quia f est medietas d, & b est sesqualterum ad d: ergo b continet tria f. est itaque f tertia pars b. sed & a sesquitertius ad b addit super eum tertiam partē ipsius b: ergo differētia a ad b q; sit e aequatur f. dico ergo a, b, c, d maximam constituere harmoniā: q; tonū consonantiarū elementū, & omnē cōplectitur cōsonātiam Nā a ad b mōstratus sesquitertius. & similiter c ad d sesquitertius cōtinēt igitur a ad b c & ad d per diffinitionē: geometriam medietatē. & differentia a ad b maximi ad unū mediorum est e, & b ad d eiusdem medij ad minimum est f: & e & f monstrate sunt aequari. igitur per diffinitionem a ad b & b ad d constituuntur in arithmetica medietate. sed & a ad d maximus ad minimum monstratus est duplus: & similiter g differentia a ad c maximi ad reliquum mediorū, demonstrata dupla ad h differentiam c ad d eiusdem medij ad minimum. igitur per diffinitionem a c d consistunt in harmonica medietate. Constat igitur per diffinitionem a, b, c, d si solidi sint constituere maximam harmoniam. quòd si solidi non sint: duc quemcunque numerum in quemlibet ipsorum, & prouenient solidi in eisdem habitudinibus quorum cuiuslibet latera erunt unitas, numerus in illos ductus & singuli eorum ad singulos, sicque constabit maximam constitutam esse harmoniam. sed iam ostensus est b ad c sesquioctauus: igitur per diffinitionem b ad c continet tonum consonantiarum primordium. & a ad b est sesquitertius: igitur a ad b continet diatessaron. & a ad c monstratus est sesqualter: igitur a ad c continet diapente. & a ad d duplus: igitur a ad d diapason. & d ad h triplus: igitur d ad h diapason ac diapente. & c ad h monstratus quadruplus: igitur c ad h continet bis diapason. & quoties duxeris quemcunque numerum in a, b, c, d aut in productos ex illis: adiuuante septima secundi arithmetices & diffinitionibus, toties constitues maximam harmoniam, tonum & omnes consonantias continentem. est igitur effectum quod proponebatur. Et ex hac intelligere potes: esse demonstratum quae diuus Seuerinus affert de harmonia cubi quadragesimonono, & de maxima harmonia quinquagesimoquarto capite secundi suae arithmetices.

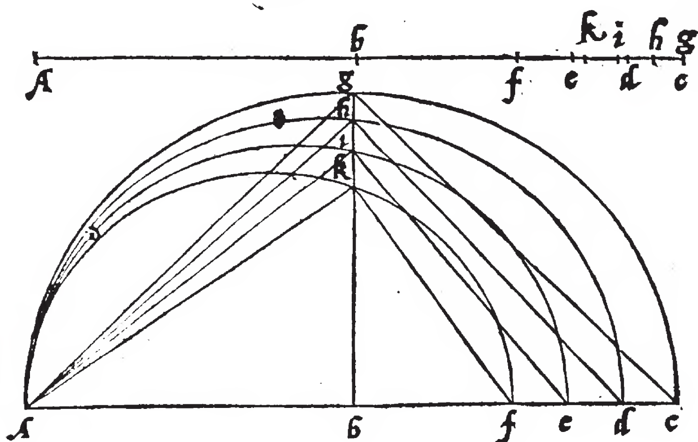
34 ¶Omnis numerus ternaria progressione ad se adiectus: omnem consonantiam in arithmetica medietate complet.

| | |
|---|---|
| Consonantiæ in arithmetica medietate | A prima unitate |
| 3 6 9 12 | 1 2 3 4 |
| duplus. diapason sesquitertius. diatessaron | duplaris epitri |
| sesqualter. diapente | hemiol. |
| Triplus. diapason diapente | Triplaris |
| Quadruplus. bis diapason | Quadruplaris |
| A secunda unitate | A tertia unitate |
| 10 20 30 40 100 200 300 400 | |
| diapas. diatess. diapason diatessa. | |
| diapen. diapente | |
| diapa. diapé. diapa. diapente | |
| Bis diapason Bis diapason | |

¶ Intelligitur ternaria progressione ad se addit numerus: quando additur primo ad se semel, deinde bis, deinde ter. dico ergo quencunque numerum ad se hoc pacto additum: omnem costituere consonantiam musicam. Nam semel sibi adiectus: duplex ad se efficit. & diapason consonantiam. & bis sibi additus: ad primam additionem sesqualterum constituit & diapente, & ad se triplum atque diapason diapente. nam in prima additione bis: & in secunda ter continetur. ter uero sibi additus: ad secundam additionem facit sesquitertium & diatessaron. nam primus numerus hic quater, illic uero ter continetur. & ad se quadruplum facit & bis diapason. in hac igitur progressione omnis continetur consonantia musica. & quia continue numerorum ex eius additione surgentium, ipse numerus additus est differentia: ergo reperte consonantiæ in arithmetica medietate continentur. & ex hac cognoscitur, cur in omnium unitatum quaternaria progressione quæ ubique denarij Pythagorici plenitudinem implet: omnes consonantiæ musice, & in arithmetica quidem medietate reperiantur.

¶ Tonum & omnem consonantiam simplicem: in duo æqua partiri, veraque medietatum puncta in chorda, geometrice monstrare. 35

¶ Præcedétes septima secũdi, & uicesimatertia tertij: prætendunt tonũ, diatessarõ diapente ac diapason in duo æqua diuidi non posse. hæc uero monstrat quo pacto ea omnia possint in duo æqua partiri. nec hoc quidem repugnat. Nam præcedentes contendunt id effici non posse arithmeticæ certo, constitutoque numero, atque rationali habitudine: hæc uero id effici posse geometricæ sine numeri certa, constantiq; ratione.




¶ sit ergo data chorda a b superior in qua iubeamur integrum semitonium, & cõsonantiarum diatessaron, diapente, ac diapason uera media reperire. facio a b & c b tonum. a b & d b diatessaron. a b & e b diapente. a b & f b diapason: eo qui in præcedentibus monstratus est modo. deinde in inferiori linæa a c in definite quantitatis: capio a b æqualem lineæ superiori a b, & b c continue æqualem lineæ b c superiori. & a puncto b uersus c: capio linæam b d æqualem chordæ b d, & b e æqualem chordæ b e, & b f chordæ b f. & intelligo quatuor dimidios circulos a c, a d a e, a f. & a puncto b educo perpendicularem lineæ a c ad circunferentias semicirculorum a c, a d, a e, a f. & puncta ubi eos contingit linæa sint g, h, i, k: ad quæ puncta educo a g, c g, a h, d h, a i, e i, a k, f k. at per nonam sexti geometriæ: a b ad b g, ut b g ad b c. facio igitur in chorda superiore a b linæam b g æqualem inferiori lineæ b g. & cum proportio a b ad g b ut g b ad c, b ut præostensum est: sequitur tonum a b & c b esse in duo æqua diuisum, & punctum g esse medium ueri semitonij signum. & per eandem quæ proportio a b ad b h ea sit b h ad b d, esto igitur h b in chorda a b æqualis lineæ b h: per idem ut prius: ea erit proportio a b ad h b quæ h b ad d b. quare a b & d b diatessaron: in duo æqua partita est. & eodem pacto facta chorda i b superiori æquali lineæ b i, & chorda k b æquali lineæ b k: monstrabis consonantias diapente, & diapason in duo æqua esse partitas. & re uera hoc pacto uera schismata atque diaschismata, & dieses tetartæmorias, atque reperias assignatis commatis: dieseos, atque completi huius semito-

*nij interuallis: & sumptis (ut in præcedentibus factum est) medijs proportionalibus chordis. sed hæc statim aliquantulum in geometricis exercitatis nota esse possunt. Hæc autem postea quam repereris disce (si libet) per chordam in uoce tonum mediare, & semi tonium: & quamcunque uoles in arte musica consonantiam.*

*¶ Tertij elementorum Musices finis.*

Armonica regula: instrumentum est, quo cum (rationis adhibito iudicio) consonantiæ, consonantiarumque partes, in chorda perquiruntur. Melorum tria sunt genera: Diatonicum, Chromaticum, Enarmonicum. Diatonicum genus: melos est cuius partitio per semitonium minus, & duos tonos continuè procedit. Chromaticum: quod per duo inæqualia semitonia & trihemitonium conscendit. Enarmonicum vero: quod per duas dieses conscendit & ditonum. Diesis hoc in loco, semitonij minoris medietas est: ex differentiæ extremorum habitudinis eius, partitione prouueniens, quæ & tetartemoria dicta est. sed vt earum semper maior quæ acutior, & minor quæ grauior, reperiatur: necesse est. Voces, nerui chorde, spacia: hoc ordine a graui in acumen nitentia, in vnoquoque melorum genere sunt nuncupata.

| Græcè nuncupationes | Nuncupationes latinè. |
|---|---|
| ¶ Proslambanomenos | Acquisitus |
| Hypate hypaton | Principalis principalium |
| Parhypate hypaton | Subprincipalis principalium |
| Lichanos hypaton | Index principalium |
| Hypate meson | Principalis mediarum |
| Parhypate meson | Subprincipalis mediarum |
| Lichanos meson | Index mediarum |
| Mese | Media |
| Trite synezeugmenon | Tertio coniunctarum |
| Paranetæ synezeugmenon | Penultima coniunctarum |
| Nete synezeugmenon | Vltima coniunctarum |
| Paramese diezeugmenon | Submedia disiunctarum |
| Trite diezeugmenon | Tertia disiunctarum |

| | |
|---|---|
| Paranete diezeugmenon | Penultima disiunctarum |
| Nete diezeugmenon | Vltima disiunctarum |
| Trite hyperboleon | Tertia excellentium |
| Paranete hyperboleon | Penultima excellentium |
| Nete hyperboleon | Vltima excellentium |

¶ Monochordum: estquod vnica chorda continet modulationem. Tetrachordon: quod chordis quatuor: Polychordum vero: quod pluribus chordis id continet quam quatuor. vt pentachordum: quodquinque. hexachordum: quod sex. & ita de heptachordo, octachordo, ennachordo, decachordo, endecachordo, dodecachordo, tridecachordo, tessara decachordo, & pentadecachordo est intelligendum, quod vltimum omnino quindecim constat chordis. Proslambanomenos: est in vnoquoque genere, primo tetrachordorũ grauissimus neruus adiũctus, a proximo primi tetrachordi neruo, toni interuallo distans. Tecrachordum coniunctum: est cuius principium est præcedentis tetrachordi finis. Disiũctum vero: cuius primordialis neruus in vnoquoque melorum genere, a proximo præcedentis tetrachordi finali neruo, vno tono disiũgitur.

¶ Tetrachorda sunt quinque: Tetrachordum hypaton, Tetrachordũ meson, Synezeugmenon, Diezeugmenon, hyperboleon.

| | |
|---|---|
| ¶ Tetrachordum hypaton est. | ¶ Tetrachordũ synezeugmenõ |
| Hypate hypaton | Mese |
| Pahypate hypaton | Trite synezeugmenon |
| Lychanos hypaton | Paranete synezeugmenon |
| Hypate meson | Nete synezeugmenon. |
| ¶ Tetrachordum meson est. | ¶ Tetrachordon diezeugmenõ |
| Hypate meson | Paramese diezeugmenon |
| Parhypate meson | Trite diezeugmenon |
| Lychanos meson | Paranete diezeugmenon |
| Mese | Nete diezeugmenon |

| ¶ Tetrachordum hyperboleon |
|---|
| Nete diezeugmenon |
| Trite hyperboleon |

| |
|---|
| Paranete hyperboleon |
| Nete hyperboleon |

Modum hic vocamus: remissionem aut intensionem omnium tetrachordorum gradatim in aliquo genere melorum, sui generis progressionem seruans.

| Modi sunt septem. | |
|---|---|
| Primus Hypodorius | 1 |
| Secundus Hypophrygius | 2 |
| Tertius Hypolydus | 3 |
| Quartus Dorius | 4 |
| Quintus Phrygius | 5 |
| Sextus Lydius | 6 |
| Septimus Mixoldius | 7 |

Monochordi regularis partitionem: in diatonico genere demonstrare. 1

*Quamuis instrumenta musices quamplurima reperiantur ut Cytharæ, Tibie, Tube. Litui, Multiforatiles fistulæ, Dextræ, Leue, Simplices, Duplices: in quibus uno spiritu animandis (ut inquit Appuleius) fertur Hiagnis Lydorum rex Marsiæque pater primus in canendo manus discapedinasse. præterea ut Pelte, Chordaciste, Sãbuci, Hydraulæ, Nabiliæ, Psalteria, Magades, Barbiti, Naula, Pentades, Cornua, Hetazona. Mele, Testudo, Barbati, Plectra, Monochorda, Tetrachorda, Polychorda, & cætera id genus musica instrumenta: placuit tamen Philosophis in Monochordis, Tetrachordis, atque Polychordis monstrandis: cæterorum nos intelligere rationem atque compositionem. quocirca ut de monochordorum & Tetrachordorum compositione intelligemus: ita de reliquis est intelligendum. nunc ergo ad Monochordi regularis nos ostensionem conuertamus.*

Monochordii diatonicum.

| | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| A | d | e | f | g | h | i | k | l | m | n | o | p | q | b |
| T | S | T | T | S | T | T | T | S | T | T | S | T | T | |
| c | d | e | f | g | h | i | k | l | m | n | o | p | q | r |

T. Tonus S. semitonium minus.

Mo-

❡ Monochordum igitur regulare iccirco dicitur: quod in unico neruo musice consonantiae harmonica regula peruestigentur. sit ergo a b chorda: in qua uolumus in diatonico genere consonantias regulariter collocare. accipio c planissimam regulam nullaq; ex parte subsultantem: aequalem lineae a b. & per primam & decimamoctauam secundi huius: ab c in d intendo tonum. & ab d in e semitonium minus. & ab e in f, in g intendo duos tonos. & ab g in h semitonium minus. ab h in i & i in k, duos tonos. Rursus ab k in l tonum. & ab l in m semitonium minus. ab m in n & n in o: duos tonos. ab o in p semitonium. ab p in q & q in r. duos tonos. ita quod continue semitonio minori subiuncti sint duo toni: demptis d qui pro proslambanomeno primo semitonio praepositus est tonus, & l tono qui tetrachordi diezeugmeni, hoc est disiuncti principium est. Rursum applico totam regulam harmonicā c r toti chordae a b. ita ut c sit cum a, & r cum b. & in chorda a b ubi applicantur d, e, f, g, & reliquae sectionum regulae notae: signo d, e, f, g, h, i, k, l, m, n, o, p, q & dico monochordum a b esse in genere diatonico regulariter diuisum. Quoniam enim sua interualla interuallis regulae c r respondent, euaduntque aequalia: a b & d b sonat tonum & d b & e b semitonium, & iterum e b & f b tonum continet. igitur a b & f b duos tonos & semitonium minus continens: per sextam tertij cōsonat diatessaron. Et quia f b & g b ut in regula continet tonum, & g b & h b semitonium minus, & h b & i b, & i b & k b, duos tonos. ergo per decimam tertij f b & k b tres tonos semitoniumque minus continens: concinit diapente. Sed & mōstratum est a b & f b modulari diatessaron: ergo per uicesimam tertij a b. & k b quod ex consonantiis diatessaron & diapente consurgit coalitum, consonat diapason. Rursus k b & l b sonat tonum, l b & m b semitonium minus, m b, n b & o b duos tonos. quare k b & o b tres tonos & semitonium minus continens: per decimam tertij consonat diapente. Sed a b & k b monstrata est diapason consonantia: ergo a b & o b consonat diapason ac diapente. Praeterea quia o b & p b semitoniū est, & p b, q b & b duo toni: ergo o b & b concinit diatessaron. k b igitur & b ex diapente, diatessaronque constans: per uicesimam tertij consonat diapason. At uero a b & k b itidem monstratum est concinere diapason. ergo a b & b concinunt bis diapason. Et quia haec monochordi partitio per semitonium & duos tonos tacta processit, & est que modo monstratae sunt consonantiae harmonice regulae suffragio peruestigare: ergo monochordi regularis partitio in genere diatonico per diffinitionē monstrata est. quod est propositum.

2 ❡ Monochordi regularis constitutionem: in genere chromatico declarare.

Biſdiapaſon.

Diapaſon diapen.

Diapaſon.

Diapa

Diapente. Diate. Diapente. Diateſ.

a g o r

| | | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Monochordum chromaticum. | A | d | e | f | g | h | i | k | l | m | n | o | p | q | b |
| | T | S | A | TR | S | A | TR | T | S | A | TR | S | A | TR | |
| | c | d | e | f | g | h | i | k | l | m | n | o | p | q | |

T. Tonus. S. Semitonium. A. Semitonium maius. TR, Tribemitoniũ.

¶ In omni monochordo, atque polychordo hæc obſeruatur proprietas: ut octaua
modo nota, modo chorda primæ, & decimaquinta octauæ, in conſonantia diapaſon
recrepet. & ubique pro proſlambanomeno præiungitur tonus: interſeriturque ubi-
que inter meſen atque parameſen pro concentu diſiuncto tonus. hoc eſt in mono-
chordis a prima nota in ſecundam: & ab octaua in nonam collocatur tonus. Sit er
go a b ut prius chorda in qua uolumus cõſonantias in genere chromatico regulari-
ter reperire. capio c r regulam planiſſimam & illi aſſignate chordæ æquam. factoq;
per primam ſecundi huius c d tonum: & per decimamoctauam eiuſdem d e ſemito-
nium minus, & iterum per primam d f toni interuallum. erit ergo e f ſemitoni-
um maius: & d e & e f duo ſemitonia. ſed & ab f ad g metior tonum & ſemito-
nium minus: quæ æqua erunt tribemitonio. & g h & h i facio duo ſemitonia: mi-
nus ſcilicet atque maius. & i k extendo ad tonum & ſemitonium minus. Simili
quoque pacto k l fiat tonus, & l, m, n duo ſemitonia, & n o tribemitonium. Et re-
gulam hoc pacto diuiſam applico ex æquo lineæ a b. & in linea a b ſigno conſimi
les & conſimilibus diſtantiis notas: ſcilicet a, d, e, f, g, h, i, k, l, m, n, o, p, q, b. quo per
acto dico lineam a b eſſe regulariter in melodia chromatica diuiſam. Nam c d to-
nus, & d f tonus, & f g tonus & ſemitonium minus. quare a & g continent tres
tonos & ſemitonium minus. ergo per decimam tertij a ad g conſonat diapente. &
quia

*quia g h l continent tonum: & i k trihemitonium igitur g ad k duos tonos & semitonium minus continens per sextam tertij modulatur diatessaron. sed & a g probata est diapente: ergo a k constans ex a g & g k diapente & diatessaron per uicesimam tertij concinit diapason. Et penitus eadem ratione probaueris k o consonare diapente, & k b diapason. quare a o diapason ac diapente & a b recrepabit bis diapason: quam consonantiam nos transcendere Pythagoricorum uetat authoritas. qui tamen uolet ulterius conscendere: ex his que iam demonstrata sunt & que post ea demonstranda suscipientur, facile conscendet. Et cum iam monstrata partitio, per semitonium & semitonium & trihemitonium processerit, nisi ubi integer adiectus est tonus ut tum diapason, tum concentus disiuncti seruetur proprietas: patet ergo ex diffinitione factum esse quod in chromatico genere proponebatur faciendum, atque propositum.*

3 ¶Idem: in enarmonico genere regulariter ostendere.

A *Monochordum enarmonicum.*

| T | D | D | TT | D | D | TT | T | D | D | TT | D | D | TT |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|

*c d e f g h i k l m n o p q r*

D. *Diesis tetartemoria.* TT. *Ditonus.*

*¶Sit ut prius chorda a b, & c r regula eidem ut i cæteris æqua. ab pũcto c ad d extendo tonum, & ab d ad f semitonium minus: & spacium d f partior in æqualia per notam e. eruntque d e f duæ dieses. & f g facio duos tonos: qui ditonum implent. g h i ut prius duas dieses. i k ditonum. k l tonum. l m n duas dieses. n o ditonum. o p q duas dieses. & q r ditonum. quam regulam hoc pacto partitam, æqualiter applico lineæ a b: & similes notas, æqualiaque interualla in linæa a b designo per medias inter a & b litteras d, e, f, g, h, i, k, l, m, n, o, p, q, b. & quia a d tonus, & d e f duæ dieses semitonium minus implentes, & f g ditonus: ergo a g tres toni & semitonium minus, per decimam tertij sonant diapẽte. sed & g h i duæ dieses & i k ditonus duos tonos & semitonium minus continentes: per sextam tertij sunt diatessaron. igitur (ut prius) per uicesimam tertij: a k continet diapason. & hoc pacto monstretur k o continere diapente & k b diapason: quare a o consonare diapason ac diapente, & a ad b consonare bis diapason. & quia hæc modulationis progressio per duas dieses & ditonum procedit: constat per diffinitionem monochordum enarmonicum regulariter esse partitum, in eoque musicas situatas esse consonantias & propositum.*

4 ¶Tetrachordum hypaton: in diatonico melo diuidere.

| | | | |
|---|---|---|---|
| Proslambanomenos | A | | A |
| Hypate Hypaton | b | T | B |
| Parhypate Hypaton | c | S | C |
| Lichanos Hypaton | d | T | D |
| Hypate meson | e | T | E |

*Superiores: Monochorda docuerunt ordinare. Inferiores autem: Tetrachorda, Pentachorda, Hexachorda & alia quæque Polychorda ad Pentadecachordum usque. quibus cognitis: cætera que amplius desiderarentur cognoscentur facillime. Constituto ergo b c d e tetrachordum hypaton: ita ut b sit hypate hypaton, c parhypate hypaton, d Lichanos hypaton, e Hypate meson, cui præiungo ad grauitatis partem a Proslambanomenon, chordam quidem quæ in tetrachordis non computatur: sed primo adiecta tetrachordo creat pentachordum. facio ergo interuallum chorde a sesquioctauum ad chordam b, & sesquitertium ad chordam d, & sesqualterum ad e. item facio c ad d sesquioctauum. dico ergo tetrachordum hypaton in genere diatonico (ut dictum est) esse diuisum. Nam per diffinitionem a ad b proslābanomenos ad hypaten hypaton: erit tonus. & quia a ad d sesquitertium est: itidem per diffinitionē proslambanomenos ad lichanon hypaton concinit diatessaron. sed & cum a ad e proslambanomenos ad hypaten meson sit sesqualterum: per idem a ad e consonat diapente. per decimamtertiam igitur tertij d ab e lichanos hypaton ab hypate meson tono disiungitur. Rursum quia c ad d sesquioctauum est: ergo c ad d sonat tonū. at uero quia a ad d diatessar est, & a b tonus est, & c d tonus: igitur per 6 tertij b ad c reliquitur, semitoniū minus. Est itaq; hypate hypatō ad parhyp. hyp. semitoniū minus. & parhypate hypaton ad lichanon hypaton tonus: lichanos hypatō ad hypaten meson tonus. constitutum est ergo b, c, d, e tetrachordum hypaton, per semitonium minus & duos subiunctos tonos procedens: per diffinitionem in genere diatonico pariter & pentachordum a, b. c, d, e. sed incidit dubitatio forsan, cur nostra tempestate musici duos tonos ad tetrachordorum partem seriam, grauemque prelocant: nos autem solum tonum qui est proslambanomeni atque hypates hypaton? Responsio peruia, in promptuque est: musicos nostra tempestate proslambanomeno alteram chordam tono distantem præfixisse, & id primum memorant Gregorium factitasse.*

In eodem diatonico melo: tetrachordum meson subiungere, & in octochordo: a proslambanomeno in mesen: diapason contineri. 5

| | | | |
|---|---|---|---|
| Proslambanomenos | A | | A |
| Hypate hypaton | b | T | B |
| Parhypate Hypaton | c | S | C |
| Lichanos Hypaton | d | T | D |
| Hypate Meson | e | T | E |
| Parhypate Meson | f | S | F |
| Lichanos meson | g | T | G |
| Mese | h | T | H |

*¶ sit e,f,g,h, tetrachordum meson. facio e sesquitertium ad h, & g sesquioctauum ad h, & f sesquioctauum ad g: erit ergo per diffinitionem e ad h hipate meson ad mesē diatessaron. & quia g ad h tonus & similiter f ad g tonus. nam utrumque ex sesquioctaua proportione nascitur. ergo per sextam tertij: e ad f erit semitonium minus. est itaque e,f,g,h, tetrachordum meson, per semitonium minus & duos tonos procedens: in genere diatonico diuisum. & quia a e proslambanomenos & hypate meson in præcedenti monstrata sunt consonare diapente: & in presenti e h hypate meson & mese, diatessaron. ergo per uicesimam tertij: proslambanomenos ad mesen, consonat diapason. continet igitur octochordum a,b,c,d,e,f,g,h: consonantiam diapason. quod est totum propositum.*

6 ¶ Præpositio octachordo: in eodem genere tetrachordum disiunctarum submittere, & dodecachordum diapason ac diapente continere.

| | | | |
|---|---|---|---|
| Proslambanomenos | A | | A |
| Hypate hypaton | b | | b |
| Parhypate hypaton | c | | c |
| Lichanos hypaton | d | | d |
| Hypate meson | e | | e |
| Parhypate meson | f | | f |
| Lichanos meson | g | | g |
| Mese | h | | h |
| Paramese diezeug. | k | Trite coniunctarum | k |
| Trite diezeugmenon | l | Paranete coniunctarum | l |
| Paranete diezeugmen. | m | Nete coniunctarum | m |
| Nete diezeugmenon | n | | n |

*¶ sit k l m n tetrachordum diezeugmenon, quod & disiunctarum dicitur. facio h ad k mesem ad paramesen disiunctarum sesquioctauam, & ad m paraneten disiunctarum sesquitertiam. ad n uero neten disiunctarum sesqualteram. deinde l ad m triten ad paraneten facio sesquioctauam. sic ergo mesē ad paraneten disiunctarum*

concinit diatessaron, & ad neten diapente. est ergo per decimamtertiam tertij: m ad n paranetes ad neten. toni interuallum, & l ad m trites diezeugmenon, ad paraneten: similiter tonus est. sed & cum mese ad paraneten consonet diatessaron, & l ad m sit tonus, & similiter h ad k tonus: ergo per sextam tertij k ad l, erit semitonium minus. erit itaque paramese ad triten diezeugmenon semitonium minus. trite ad paraneten tonus. & paranete ad neten diezeugmenon, consimiliter tonus. quare tetrachordum disiunctarum superiori octachordo in diatonico genere subiunctum est. Et cum præcedens monstrauerit a h esse diapason, & præsens h n esse diapente: igitur a n proslambanomenos & nete diezeugmenon in dodecachordo a h & n continent diapason ac diapente. Quia si in molliori canendi modo, tetrachordum a chorda mese coniunctum partiri, constituereque uelimus: sit id tetrachordum h k l m, quæ sunt mese, trite synezeugmenon, paranete synezeugmenon, nete synezeugmenon. facioque mesen ad neten synezeugmenon sesquitertiam. quare & concinentem diatessaron. & l ad m paraneten synezeugmenon ad neten, tono distantem: pariter & k ad l tono. erit ergo per sextam tertij: h ad k meses ad triten synezeugmenon semitonij minoris interuallum, & k l & l m duo toni, & tetrachordum synezeugmenon hoc est disiunctarum in genere diatonico diuisum.

¶ Tetrachordum hyperboleon in eodem diatonico genere prædictis 7
copulare: & in pentadecachordo, bis diapason consonantiam cõpleri.

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| A re | Proslambanomenos | A | | A |
| b mi | Hypate hypaton | b | | b |
| c fa ut | Parhypate hypaton | c | | c |
| d solre | Lychanos hypaton | d | | d |
| e lami | Hypate meson | e | | e |
| F faut | Parhypate meson | f | | f |
| G solreut | Lychanos meson | g | | g |
| a lamire | Mese | h | | h |
| b mi | Paramese diezeug. | k | b fa Trite syn. | k |
| C solfaut | Trite diezeugmenō | l | c solfaut Paranete syn. | l |
| d lasolre | Paranete diezeug. | m | d lasolre Nete syn | m |
| e lami | Nete | n | | n |
| f faut | Trite hyperboleon | o | | o |
| G solreut | Paranete hyperboleō | p | | p |
| a lamire | Nete hyperboleon | q | | q |

Tetra-

| | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | Tetrachordum hypaton | | | | | | Tetrachordũ diezeug. | | | | | | |
| | To. | Semi. | To. | To. | Semi | To. | To. | To. | Semi. | To. | Semi | To | To. |
| A | b | c | d | e | f | g | h | k | l | m | n | o | pq |
| | | | | Tetrachordum meson | | | | | Tetrachordũ hyperboleon | | | | |

*Sit n o p q tetrachordum hyperboleon. facio ut in prioribus n neten diezeugmenon ad q neten hyperboleon, sesquitertiam: & iccirco ad eam concinentem diatessaron. & p ad q facio toni interuallum. & o ad p itidem toni interuallum. per sextam tertij: n ad o erit semitonium minus. est ergo tetrachordum hyperboleon n o p q, ex semitonio minore duobus subiunctis tonis: in genere diatonico dimensum. sed & per præcedentem h mese ad n neten diezeugmenon consonat diapente: ergo h ad q mese ad neten hyperboleon ex consonantia diapente & diatessaron constans, consonat diapason. ergo a ad q proslãbanomenos ad neten hyperboleon: consonabit bis diapason. & cum totum polychordum a q omnino quindecim perficiatur chordis: in pentadecachordo & in genere diatonico constitutum est bis diapason. quod est totum propositum.*

8 Pentadecachordi in diatonica melodia cõstituti: numeros reperire.

| | | prim | se | terti. | quar. loc. | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| *prosiambanomenos* | A | 9 | 216 | 1728 | 13824 | |
| *Hypate hypaton* | b | 8 | 192 | 1536 | 12288 | *Tonus* |
| *Parhypate hypaton* | c | | | 1458 | 11664 | *Semi. minus* |
| *Lychanos hypaton* | d | | 162 | 1296 | 10368 | *Tonus* |
| *Hypate meson* | e | | 144 | 1152 | 9216 | *Tonus* |
| *Parhypate meson* | f | | | | 8748 | *Semi. minus* |
| *Lychanos meson* | g | | | 972 | 7776 | *Tonus* |
| *Mese* | h | | 108 | 864 | 6912 | *Tonus* |
| *Paramese diezeug:* | k | | | 768 | 6144 | *Tonus* |
| *Trite diezeugmenon* | l | | | 729 | 5832 | *Semi. minus* |
| *Paranete diezeug.* | m | | 81 | 648 | 5184 | *Tonus* |
| *Nete diezeug.* | n | | 72 | 576 | 4608 | *Tonus* |
| *Trite hyperboleon* | o | | | | 4374 | *Semi. minus* |
| *Paranete hyperboleõ* | p | | | 486 | 3888 | *Tonus* |
| *Nete hyperboleon* | q | | 54 | 432 | 3456 | *Tonus* |

¶ Numeri qui in musica disciplina præcipue desiderantur: sunt duplares, triplares, quadruplares, hemiolij, epitriti, epogdoi: hoc est dupli, tripli, quadrupli, sesqualteri, sesquitertij, & sesquioctaui. quocirca si desideras cognoscere ad quem numerum numerus maior est duplus: ipsum partire per duo. ad quem triplus. partire per tria. ad quem quadruplus: partire per quatuor. ad quem sesqualter: partire per tria & tertiā auge per duo. ad quē sesquitertius: partire per 4 & quartā auge per tria. ad quem sesquioctauus: partire per nouem, & nonam auge per 8 & numeri per octauam secundi arithmetices ubique surgent petiti: si maior duplus, triplus, quadruplus, sesqualter, sesquitertius, aut sesquioctauus est. Et si rursum cognoscere desideras quē numerus minor duplū habet: ipsū auge per duo quē triplū: auge per 3. quē quadruplū: auge per quatuor. quē sesqualterū: partire per 2, & illi medietate adde. quem sesquitertium: partire per tria, & tertiam adde. quem sesquioctauum: partire per octo, & octauam adde, Et statim per eandem octauam, & diffinitiones: cognosces petitum. Sed nunc ad monstrandum propositum nos conuertamus, sit pentadecachordum in diatonico genere modo repertum, cuius numeri quæruntur: a b c d e f g h k l m n o p q. duco in seinuicem duo, tria, quatuor, & productum in minimos toni, hoc est uigintiquatuor, in 9 & 8 minimos terminos toni: & ueniant in secundo loco a b, quæ per septimam secundi arithmetices sunt in proportione sesquioctaua, & continentia tonum. capio sesquitertium numeri a: sitque d. & sesqualterum: qui sit e. & subduplum: qui sit h. Rursum sumo sesquitertium numeri h: qui sit m. & sesqualterum qui sit n. & eius subduplum: qui sit q. quia a ad d est diatessaron, & a ad e diapente. ergo per decimamtertiam tertij d ad e tonus est, & eadem quoque ratione m ad n tonus. Et si d octauam partem haberet: ea eidem adiecta facerem c sesquioctauum ad d, & c d continētia tonum. modo autem quia d comperitur octaua parte carere: augeo a b d e h m n q per octo, surgantque tertio loco a b d e h m n q: qui numeri per eandem septimam adinuicem eandem seruabunt proportionem, quam & numeri secundo loco positi. quia ergo d tertio loco positus habet octauam: ea igitur adiecta ad d fiat c, eritque c ad d sesquioctauus, atque cum eo tonum continens. itidem adiecta octaua parte h ad h fiat g. & octauam parte m ad m fiat l. & octaua q ad q fiat p. eruntque identidem g ad h, l ad m, & p ad q: sesquioctaui & numeri tonorum. & quia h comperitur habere nonam partem, illam augeo per octo & ueniat k: eritque h ad k per octauam secundi arithmetices sesquioctauus. Et si g octauam partem haberet: facerem f sesquioctauum ad g. At uero quoniam ea caret: augeo omnes numeros tertio loco repertos per octo & exurgant in quarto loco a b c d e f g h k l m n o p q: qui per eandem septimam erunt in eisdem adinuicem habitudinibus, ut & numeri tertij loci. adiecta igitur octaua eius parte ad g: facio f. & octaua parte

*ad p:facio o.dico ergo numeros quarto loco constitutos esse numeros pẽtadecachordi. Nã a ad d est diatessaron, & a ad b tonus: & c ad d tonus: ergo per sextam tertij, b ad c semitonium minus. & quia a h est diapason & a e diapente: ergo per uicesimam tertij e h est diatessaron. & g h & f g monstrati sunt sesquioctaui atque toni. ergo per sextam tertij: f g est semitonium minus. & eodem pacto ostendas k l & n o esse semitonia minora: & cæteri adinuicem sunt cogniti toni. igitur pentadecachordi diatonici numeri sunt reperti. Est enim numerus proslambanomeni ad numerum hypates hypaton, tonus: & hypates hypaton ad parhypatẽ hypaton, semitonium minus. parhypates hypaton ad lichanon hypaton, & lichani ad hypaten mesõ duo toni. hypates meson ad parhypaten meson: semitonium minus. parhypates meson ad lichanon meson, & lichani ad mesen, & meses ad paramesen disiunctarum: tres toni parameses ad triten: semitonium minus. trites ad paraneten, & paranetes ad neten: duo toni. netes ad triten hiperboleon: semitonium minus. trites ad paraneten & paranetes ad neten: duo toni. est igitur notum propositum.*

9 ¶ Tres diatonice diatessaron consonantiæ species: a proslambanomeno ad parhypaten meson concinunt. & quatuor diapente species: a proslambanomeno ad triten diezeugmenon. septem vero diapason species: inter proslambanomenon & paraneten hyperboleon.

| | Species diatessa. | | | Species diapente | | | | species diapason | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Proslemba. A | pri. | sec. | te. | pri. | se. | ter. | qu. | pr. | sec. | te. | 4 | 5. | se. | sep. | |
| Hypa.hyp. b | To. | o | o | To. | o | o | o | To | o | o | o | o | o | o | o |
| Parhy.hyp.c | Se. | Se. | o | Se. | o | o | o | Se, | Se. | o | o | o | o | o | o |
| Licha.hyp.d | To. | to. | to. | To. | to. | o | o | To | to. | to. | o | o | o | o | o |
| Hypa. me.e | | to. | to. | To. | to. | o | o | To | to. | to. | to | o | o | o | o |
| Parhy.me.f | | | Se. | | Se. | Se. | o | Se. | Se. | Se. | Se | Se | o | o | o |
| Licha.me.g | | | | | to. | to. | to. | To | to. | to. | to | to | t. | t. | o |
| Mese h | | | | | | to. | to. | To | to. | to. | to | to | t. | t. | to. |
| Para.die. k | | | | | | to. | to. | | to. | to. | to | to | t. | t. | to. |
| Trite die. l | | | | | | | Se. | | | se. | se. | se | se | se | se. |
| Para.die.m | | | | | | | | | | | | to | t. | t. | to. |
| Nete die.n | | | | | | | | | | | | | t. | t. | to. |
| Trite hy.o | | | | | | | | | | | | | | se | se. |
| Para.hy.p | | | | | | | | | | | | | | | to. |
| Nete hy. q | | | | | | | | | | | | | | | |

Prima species diatessaron: tono, semitonio minore atque tono constat. Secunda: semitonio & duobus tonis. Tertia: duobus tonis & sequente semitonio. Prima species diapente: est quæ constat ex tono, semitonio minore & duobus tonis. Secúda: duobus tonis, semitonio, atque tono. Tertia: semitonio & tribus tonis. Quarta: tribus tonis & semitonio. Prima species diapason: est quæ constat ex tono, semitonio minore, duobus tonis, semitonio minore, atque duobus tonis. Secunda: semitonio, duobus tonis, semitonio & tribus tonis. Tertia: duobus tonis, semitonio, tribus tonis, atque semitonio. Quarta: tono, semitonio, tribus tonis, semitonio, atque tono. Quinta: semitonio, tribus tonis, semitonio, duobus tonis. Sexta: tribus tonis, semitonio, duobus tonis, semitonio. Septima: duobus tonis, semitonio, duobus tonis, semitonio, atque tono. Erit itaque per diffinitionem: prima diatessaron species à proslambanomeno in lichanon hypaton. Nam proslambanomenos ad hypaten hypaton tonus est, & hypate hypaton ad parhypaten hypaton semitonium minus est: parhypate uero hypaton ad lichanon hypaton tonus. & itidem per diffinitionem: secunda diatessaron species ab hypate hypaton in hypaten meson reperietur. & tertia: a parhypate hypaton in parhypaten meson. Species uero diapente: hoc pacto per diffinitiones sumentur. Prima: a proslambanomeno in hypaten meson. Secunda: a parhypate hypaten in lichanon meson. Tertia: ab hypate meson in paramesen diezeugmenon. Et quarta: a parhypate meson in triten diezeugmenon. Et septem species diapason: consimiliter per diffinitiones quærentur. Prima: a proslambanomeno in mesen. Secunda: a parhypate hypaton in paramesen diezeugmenon. Tertia: a parhypate hypaton in triten diezeugmenon. Quarta: a lichano hypaton in paraneten diezeugmenon. Quinta: ab hypate meson in neten diezeugmenon. Sexta: a parhypate meson in triten hyperboleon. Septima uero: a lichano meson in paraneten hyperboleon. Sed hæc cognitu facilia sunt: inspecta diligenter superiore figura.

Chromaticum principalium tatrachordum meson: subiungere. 10

| | | | |
|---|---|---|---|
| Proslambanomenos | A | | A |
| Hypate hypaton | b | Tonus | b |
| Parhypate hypaton | c | Semi. minus | c |
| Lychanos hypaton | d | Apotome | d |
| Hypate meson | e | Trisemitonium | e |

Chromata apud Lacedemonios induxit olim Timothæus Milesius, moliorem cantum superiore diatonico: in quo canendi modo hic tetrachordum hypaton quærimus

mus. sit ergo b c d e tetrachordum ad hypatas in chromatico melo conſtituendas aſſignatum. prepono chordam a, quæ ſit proſlambanomenos: quam facio ſeſquioctauam ad b hypaten hypaton primam tetrachordi conſtituendi chordam. deinde facio a ſeſqualteram ad e hypaten meſon: eritque ut in omnibus a ad b tonus, & a ad e diapente. deinde facio b ad c ſemitonium minus, & b ad d tonum. erit ergo c ad d apotome. & quia per decimam tertij dempto a b tono ab a e conſonantia diapente: relinquitur diateſſaron. ergo b e modulabitur diateſſaron. Sed cum per ſextam tertij diateſſaron ex duobus tonis & ſemitonio minore conſtet, & b c & c d ſimul ſint tonus: ergo d e continet tonum & ſemitonium minus. eſt igitur d e triſemitonium. Cum ergo b c hypate hypaton & parhypate hypaton, ſit ſemitonium minus, & c d parhypate hypaton & lichanos hypaton ſit ſemitonium maius, & d e lichanos hypaton & hypate meſon triſemitonium ut monſtratum eſt: conſtat ergo per diffinitionem tetrachordum b c d e in genere chromatico eſſe conſtitutum. idem enim triſemitonium & trihemitonium dicimus.

11 ¶ Chromaticum tetrachordum meſon ſubiungere.

| | | | |
|---|---|---|---|
| Proſlambanomenos | A | | A |
| Hypate hypaton | b | Tonus | b |
| Parhypate hypaton | c | Semi. minus | c |
| Lichanos hypaton | d | Apotome | d |
| Hypate meſon | e | Triſemitonium | e |
| Parhypate meſon | f | Semi. minus | f |
| Lichanos meſon | g | Apotome | g |
| Meſe | h | Triſemitonium | h |

¶ Sint pro tetrachordo meſon in genere chromatico conſtituendo e f g h: facio a ad h duplam & concinentem diapaſon. & e ad f ſemitonium minus. & idem e ad g facio tonum. erit ergo f ad g apotome. ſed cum a ad e monſtrata ſit conſonantia diapente. ea igitur ſubſtracta ab a h conſonantia diapaſon: per uiceſimamſecundam tertij relinquitur diateſſaron. eſt ergo e ad h hypate meſon ad meſen: diateſſaron. & cum diateſſaron duos tonos & ſemitonium minus impleat, & e g ſit tonus: ergo g h continet tonum & ſemitonium minus. erit ergo g h: triſemitonium. erit igitur e f g h ex duobus ſemitonijs e f & f g, & triſemitonio g h conſtitutum: in genere chromatico tetrachordum. quod erat monſtrandum.

12 ¶ Reliqua duo tetrachorda: in eodem genere prædictis adiicere. & in pentadecachordo conſonantiam bis diapaſon collocare.

K

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| Proslambanomenos | A | | | A |
| Hypate hypaton | b | Tonus | | b |
| Parhypate hypaton | c | Semi.mi. | | c |
| Lichanos hypaton | d | Apotome | | d |
| Hypate meson | e | Trisemitonium | | e |
| Parhypate meson | f | Semi.minus | | f |
| Lichanos meson | g | Apotome | | g |
| Mese | h | Trisemitonium | | h |
| Paramese diezeugme. | k | Tonus | Trite syn.Semi.mi. | k |
| Trite diezeugmenon | l | Semi.mi | Paranete syn.Apoto. | l |
| Paranete diezeugmen. | m | Apoto. | Nete syn.Trisemiton. | m |
| Nete diezeugmenon | n | Trisem. | | n |
| Trite hyperboleon | o | Semi.minus | | o |
| Paranete hyperboleon | p | Apotome | | p |
| Nete hyperboleon | q | Trisemitonium | | q |

¶ *sint pro reliquis tetrachordis complendis* k l m n o p q. *quia tetrachordum meson disiunctum est a tetrachordo netarum diezeugmenon: iccirco facio meses ad paramesen diezeugmenon distantiam, esse tonum. Et mesen ad neten diezeugmenon facio consonare diapente: & ad neten hyperboleon diapason. & tetrachordum* k l *m n partior ut tetrachordum hypaton. tetrachordum uero n o p q partior ut in praecedenti tetrachordum meson. Eritque utrumque in genere chromatico diuisum. Et quia a ad b cognitaest esse diapason. Et b ad q itidem; diapason. ergo a ad q consonat bis diapason. quod cum quindecim uocibus atque chordis contentum sit: constat effectum esse id quod erat propositum. sed si* k l *m facis tetrachordum synezeugmenon: ipsum partiaris ut tetrachordum chromaticum meson. & facile factum intuebere propositum.*

¶ Chromatici pentadecachordi numeros assignare 13

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| *Proslambanomenos* | A | | 2592 | 5971968 | |
| *Hypate hypaton* | *b* | 256 | 2304 | 5308416 | *Tonus* |
| *Parhypate hypaton* | *c* | 243 | 2187 | 5038848 | *Semito.minus* |
| *Lichanos hypaton* | *d* | | 2048 | 4718592 | *Semito.maius* |
| *Hypate meson* | *e* | | 1728 | 3981312 | *Trisemitoniũ* |
| *Harhypate meson* | *f* | | | 3779136 | *Semi.minus* |

*Licha*

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| Lichanos meson | g | | | 3538944 | Semi.maius |
| Mese | h | | 1296 | 2985984 | Trisemitoniu |
| Paramese di zeugmenon | k | | 1152 | 2654208 | Tonus |
| Trite diezeugmenon | l | | | 2519424 | Semi.minus |
| Paranete diezeugmenon | m | | | 2359296 | Semi.maius |
| Nete diezeugmenon | n | | 964 | 2221056 | Trisemitoniũ |
| Trite hyperboleon | o | | | 2108268 | Semi.minus |
| Paranete hyperboleon | p | | | 1974272 | semi.maius |
| Nete hyperboleon | q | | 648 | 1492992 | Trisemitoniũ |

*¶ Sint b & c minimi numeri semitonij minoris, per decimamoctauam secundi huius reperti. quia b nona parte caret: augeo b & c per nouẽ & ueniant b & c in secundo loco. quoniam igitur in secundo loco b nonam partem habet: eam augeo per octo & fiat d. tunc b ad d: per septimam secundi arithmetices erit sesquioctauus. quare b d continentia tonum. & b & c per eandem est semitonium minus. ergo c d est apotome. Rursum quia b habet octauam, adiicio eidem suam octauam & fiat a: eritque a ad b sesquioctauus atque tonus, & quoniam a habet tertiam: facio a ad e sesqualterum. & quia habet secundam: facio itidem a duplum ab h. Reperio item h habere nonam, tertiam & secundam. facio igitur h sesquioctauum ad k: sesqualterum ad n, & duplũ ad q. quo facto duco b secundi loci in a b c d e h k n q & ueniant in tertio loco a b c d e h k n q. Deinde duco c d secundi loci in e secundi & ueniant f g, & in k & ueniant l m, & in n & ueniant o p in tertio loco. eruntque per septimam & octauam secundi arithmetices numeri pentadecachordi chromatici in tertio loco assignati. Nam a b erit tonus & b c semitonium minus & c d apotome. & quia a ad e est sesqualter, a & e sunt numeri diapente, & a b numeri toni. dempto igitur a b tono, relinquitur b e diatessaron. & b c & c d simul sunt tonus. igitur per sextam tertij d e sunt trisemitonium. Et a h est diapason & a e diapente. igitur e h est diatessaron. & per octauam secundi arithmetices e f & f g sunt semitonium minus & apotome. igitur g h est trisemitoniũ. & consimiliter monstrabis h k esse tonum, k l & l m duo semitonia, et m n trisemitonium, n o p duo semitonia, et p q trisemitonium. clarum igitur euadit propositum.*

14 ¶ Modorum diatonici & chromatis parhypate parhypatis: paramese paramesis, atque trite tritis correspondent.

*¶ Nam in utrisque generibus hypate ad parhypatas semitonii minoris obseruant,*

interuallum. & mese ad paramesas tonum. & trite ad tritas minus semitonium. est igitur notum illas uoculas in utroq; canendi modo sibi inuicē respondere. & non modo id uerū sit: sed & hypate hypatis, & mese mesis, & nete netis correspondēt. Nam utrobique proslambanomeni ad hypatas hypaton concinunt tonum. & ad hypatas meson diapente. ad mesas diapason. ad netas disiunctarum diapason ac diapente. & ad netas hyperboleon bis diapason. est ergo quod proponebatur & amplius: facile cognitum.

15. Pentadecachordum enarmonicum constituere.

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| Proslambanomenos | A | | | A |
| Hypate hypaton | b | Tonus | | b |
| Parhypate hypaton | c | diesis | | c |
| Lichanos hypaton | d | diesis | | d |
| Hypate meson | e | ditonus | | e |
| Parhypate meson | f | diesis | | f |
| Lichanos meson | g | diesis | | g |
| Mese | h | ditonus | | h |
| Paramese diezeugmenon | k | tonus | Trite syn. diesis | k |
| Trite diezeugmenon | l | diesis | Paranete syn. diesis | l |
| Paranete diezeugmenon | m | diesis | Nete syn. ditonus | m |
| Nete diezeugmenon | n | ditonus | | n |
| Trite hyperboleon | o | diesis | | o |
| Paranete hyperboleon | p | diesis | | p |
| Nete hyperboleon | q | ditonus | | q |

Huius cōpositio perfacilis est. facio enim: ut in cæteris præcedentibus, a ad b interuallum toni. & a ad e diapente. & b ad d facio semitonium minus. & diuido chordā c in medio differentie b ad d: erit ergo b ad c diesis tetartemonia atque quadripartialis, pariter & c ad d diesis. sed per quartam secundi huius hæc latior, illa uero contractior. neque per tricesimamsecundam eiusdem: semitonium minus in duo æqua certo, constitutoq; numero diuidi potest. & a ad e diapēte. substracto igitur a b tono: relinqtur per correlariū decime tertij huius b ad e esse diatessarō. & cū diatessarō semitoniū minus et duos tonos cōplectatur, & b ad d sit semitoniū minus relinquitur igitur d ad e esse ditonus. erit igitur b c d e hypates hypaton, parhypates hypaton, lichanique hypaton, & hypates meson, tetrachordum per b c, c d, & d e diesim & diesim & ditonum procedens: per diffinitionem in enarmonico genere diuisum. similiter constituas e f g h tetrachordum meson faciendo a ad h diapason. & e ad g semitonium minus. & partiendo mediam differentiam per f ita ut e f & f g sint due dieses. Nam ab a h consonantia diapason subducta a e cō-

sonantia

ſonantia diapente: relinquitur e h eſſe diateſſaron. & cum e g ſit ſemitonium minus: igitur g h erit ditonus. & cum e f & f g ſint duæ dieſes & g h ditonus. ergo hæc tetrachordi partitio: in genere enarmonico facta conſpicitur. Et facta h meſe ad neten diſiunctarũ diapente, & ad neten hyperboleon diapaſon, & cæterda meſe a parameſe tetrachordi diſiunctarum tono diſcluſa, perinde ac proſlambanomeno ab hypate hypaton: partieris tetrachordum diſiunctarum k l m n ut b c d e tetrachordum hypaton. & tetrachordum n o p q hyperboleon excellentiumque: ut e f g h tetrachordum meſon. tetrachordum autem coniunctarum h k l m: partieris ut tetrachordum meſon. & id quoque facile eſt.

16 ℭ Pentadecachordi enarmonici numeros: colligere.

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| Proſlambanomenos | A | 13824 | | 13824 | |
| Hypate hypaton | b | 12288 | Tonus | 12288 | Tonus |
| Harhypate hypaton | c | 11664 | Semi. mi. | 11976 | dieſis |
| Lichanos hypaton | d | 10368 | Tonus | 11664 | dieſis |
| Hypate meſon | e | 9216 | Tonus | 9216 | ditonus |
| Parhypate meſon | f | 8748 | semi. mi. | 8982 | dieſis |
| Lichanos meſon | g | 7776 | Tonus | 8748 | dieſis |
| Meſe | h | 6912 | Tonus | 6912 | ditonus |
| Parameſe diezeugmenon | k | 6144 | Tonus | 6144 | Tonus |
| Trite diezeugmenon | l | 5832 | semi. mi. | 5988 | dieſis |
| Paranete diezeugmenon | m | 5184 | Tonus | 5832 | dieſis |
| Nete diezeugmenon | n | 4608 | Tonus | 4608 | dieſis |
| Trite hyperboleon | o | 4374 | Semi. mi. | 4491 | dieſis |
| Paranete hyperboleon | p | 3888 | Tonus | 4374 | dieſis |
| Nete hyperboleon | q | 3456 | Tonus | 3456 | ditonus |

ℭ Sint numeri a b c d e f g h k l m n o p q in primo loco conſtituti numeri pentadecachordi diatonici per octauam huius reperti. pono iterum a b e h k n q in ſecundo loco & in reſpondentibus locis rurſum c in ſecundo loco tranſmuto ad d, & f ad g, & l ad m & o ad p. quibus ita in ſecundo loco diſpoſitis: ex ipſis quidem in ſecundo loco capio differentiam b d & eius medietatem adiicio ad d & fiat c. ſimiliter differentiam e g & medietatem addo ad g & fiat f. & differentiam k m & medietate differentiæ adiecta ad m: fiat l. & differentiam n p & medietate adiecta ad p: fiat o. dico a b c d e f g h k l m n o p q numeros ſecundo loco poſitos: eſſe numeros pentadecachordi enarmonici. Nã a b erit tonus. b c, & c d duæ dieſes conſti-

constituentes semitonium minus b d. quod enim est b c in diatonico: factum est b d in enarmonico. & d e est ditonus. nam quod est in diatonico c e: est hic in enarmonico d e. at diatonice modulationis c e ditonus est. nam continens c d tonum & d e tonum. & hoc pacto reperientur e f g duae dieses & g h ditonus. h k tonus. k l m duae dieses. m n ditonus. n o p duae dieses. p q ditonus. sunt itaque collecti numeri pentadecachordi enarmonici: quemadmodum propositum fuerat. quod est propositū.

❡ Modi diatonici parh. hyp. in enarmonica modulatione trāsit in lichanon: & parhypate meson in lichanon meson, atque trite in paranetas. 17

❡ Id prospici statim promptum est. Nam in diatonico pētadecachordo: a proslambanomeno ad hypaten hypaton, incidit tonus. & ab hypate ad parhypaten hypaton: semitonium minus. in enarmonico uero a proslambanomeno ad hypaten hypaton similiter incidit tonus. & ab hypate ad lichanon hypaton: semitonium minus. diatonica igitur parhypate: in enarmonica modulatione permutatur, transitq; in lichanon. & hoc pacto de reliquis ostendatur. quod & facile sensu deprehendetur: si in utroque emodulandi genere & diatonico & enarmonico, proslābanomeni ponantur equisoni. tunc enim manifestum erit huius lichanos: illius parhypatis esse aequisonos, unisonósque. pariter & huius paranetas: illius tritis esse aequisonas.

❡ Consentiunt in tribus modulationum generibus: proslambanomeni, hypate principales, hypate medie, mese, paramese, nete, cum disiūcte, cum coniuncte, atque excellentibus netis excellentes. 18

❡ Nam in tribus generibus per quartam, quintam, sextam, septimam, decimā, undecimam, duodecimam & quintamdecimam huius: proslambanomeni ad hypatas hypaton sonant tonum. & ijdem ad hypatas meson: sonant diapēte. ad mesas: diapason. ad netas disiunctas: sonant diapason ac diapente. ad netas autem coniunctas: dempto tono sonarent diapason ac diatessaron. & ad netas excellentes: consonant ubilibet proslambanomeni bis diapason. consentiunt igitur in tribus generibus quae adducte sunt uocule. quod est propositum.

❡ Quae chordae mobiles q; ve īmobiles in pētadeca. existāt īuestigare. 19

| | | |
|---|---|---|
| Proslambanomeni | A | Stabiles |
| Hypate hypaton | b | Stabiles |
| Parhypate hypaton | c | Instabiles |
| Lichani hypaton | d | Instabiles |
| Hypate meson | e | Stabiles |
| Parhypate meson | f | Instabiles |
| Lichani meson | g | Instabiles |
| Mese | h | Stabiles |

Para-

| | | | |
|---|---|---|---|
| Paramese diezeugm. k | Stabiles | Trite synezeugmenon. | Instabiles |
| Trite diezeugmenon l | Instabiles | Paranete synezeugme. | Instabiles |
| Paranete diezeugme. m | Instabiles | Nete synezeugmenon. | Stabiles |
| Nete diezeugmenon n | Stabiles | | |
| Trite hyperboleon o | Instabiles | | |
| Paranete hyperboleō p | Instabiles | | |
| Nete hyperboleou q | Stabiles | | |

*¶Chordas stabiles immobilesque uocamus: quæ in omni pentadecachordorum diuisione. eadem seruant interualla, eandemque ad proslambanomenon habitudinem. instabiles uero atque mobiles: quæ id non seruant sic ergo stabiles ac instabiles reperiemus. cum enim per præcedentem in tribus generibus consentiant proslambanomeni, principales hypate, medie hypate, mese, paramese, nete tum synezeugmene tū diezeugmene ac hyperboles, & eadem ut ex demonstratis iam patet seruent interualla: erunt ergo proslambanomenos, hypate hypaton hypate meson, mese, paramese, nete synezeugmenon, nete diezeugmenon. & nete hyperboleon simpliciter immobiles atque firme. Sed cum 17 huius monstrauerit parhypatas diatonice modulationis, in enarmonico melo trāsire permutarique in lichanas, & tritas in paranetas: constat ergo reliquas a prædictis esse mobiles, ut parhypaten hy paton, lichanon hypaton, parhypaton meson, lichanon meson, triten synezeugmenon paraneten synezeugmenon triten diezeugmenon paraneten diezeugmenon triten hyperboleon, paraneten hyperboleō. Id tamē animaduerti dignum est quod cum per 14 huius parhypate & trite in diatonicis & chromaticis respondeant similiaque possideant interualla: eas non usquæ adeo (ut cætere sunt) esse instabiles. & proinde partim mobiles, partimquæ immobiles: bono iure dici posse uidentur.*

20 ¶In tetrachordis diatonicis: ab hypate hypaton primo limite consonantiarum ad quartum vsque limitem ter diatessaron continetur, sed semel duntaxat in stabi libus immobilibusque. & ad quintum limitem identidem ter diapente: semel in mobilibus, semel partim variabilis, & semel penitus inuariabilis atque firma. ad octauum vero septies cōsonabit diapason: ter in immobilibus, & quater in mobilibus.

Hypate hyp. | *& consequentes suis locis.*

| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | sem. | | Ton. | | ton, | | Sem. | | ton. | | ton. | | ton. | | Sem. | | to | | to. | | Se. | | t. | | t. |
| *Stabiles* | b | | | | | | e | | | | | | h | | k | | | | | | n | | | | | | q |
| *Instabiles* | | | c | | d | | | | f | | g | | | | | | l | | m | | | | o | | p | |

*¶Cum dicitur a primo limite ad quartum usque limitem, quintum, ac octauum: primus limes non excluditur, sed quartum, quintum, ac octauum excludi intelligimus. sit ergo b c d e f usque ad q quatuor tetrachorda: & b hypate hypaton, cætere uero consequentes. Dico primo ab b usque e ter contineri diatessaron: sed semel*

 *solū*

solum in immobilibus. Nam per quartam huius:b ad c continet semitonium minus & c c ad d tonum,& d ad e tonum.ergo b ad e consonat diatessaron: eritque b ad e consonat diatessaron:eritque b ad e prima diatessaron consonantia reperta.Et cum ostensum sit c ad d & d ad e esse duos tonos,& per quintam huius e ad f sit semitonium minus:ergo c ad f consonat diatessaron.eritque c ad f:secunda diatessaron. Item monstratus est d ad e esse tonus,& e ad f semitonium minus,& per quintam huius f ad g est tonus:ergo d ad g est diatessaron,eritque d ad g,tertia diatessaron. Sed cum prima harum trium quae est b ad e sit ab hypate hypaton ad hypaten meson,quas monstrauit praecedens stabiles immobilesque,& secunda ab c in f parhypate hypaton in par hypaten meson,& tertia ab d in g lichanos hypaton in lichanon meson,& parhypate & lichane monstrate sunt mobiles: constat ergo ab b ad e ter diatessaron,sed semel duntaxat in stabilibus,immobilibusque contineri.Secundo dico ab b hypate hypaton ad f usque parhypaten meson:solum ter contineri diapente.Nam per decimam tertij:diapente tribus tonis semitonioque minore cōstat. sed per quartam & quintam huius:b ad f solum duos tonos & duo semitonia minora continet,quae duo semitonia minora per 34 secundi:minus uno tono, commate restituunt.ergo ut b ad f diapenee consonantiam compleat:plena deest apotome. non constituit ergo b ad f diapente.Item c ad g per quartam & quintam huius continet tres tonos qui sunt c ad d,d ad e,& f ad g,& unū semitonū minus quod est e ad f:igitur per decimā tertij e ad f cōsonat diapēte.eritq; c ad g prima diapēte& per easdē d ad h cōtinet 3 ton.qui sūt d ad e, f ad g,& g ad h & semitoniū minus e ad f.ergo d ad h cōsonat diapēte:eritque d ad h secūda diapēte.& ab e ad k per 4,5 & 6:consimiliter continentur 3 toni & semitonium minus. erit ergo e ad k tertia diapente.ter igitur ab b usque ad f: continetur diapente. sed cum prima sit ab c parhypate hypaton in g lichanon meson,& parhypatas & lichanas monstrauerit decimanona huius esse mobiles:erit ergo c ad g prima diapente in mobilibus constituta.& cum secunda sit ab d lichano principalium in h mesen,lichanos autē mobilis sit,& mesē immobilis:secunda igitur diapente partim uariabilis existit. Et cum tertia sit ab e hypate meson ad k paramesen, que per eandem decimamnonā stabiles monstrate sunt.erit igitur tertia diapente omnino stabilis atque firma. Tertio dico ab b hypate hypaton usque ad k paramesen septies contineri diapason:sed solum ter in immobilibus,quater autem in mobilibus.Nam b ad k per quartam,quintam & sextam huius continet quinque tonos & duo semitonia minora.ergo per uicesimamprimam tertij: b ad k consonat diapason, eritque b ad k prima diapason. Et per idem c ad l,d ad m,& e ad n:singulae intercipiunt quinque tonos & duo semitonia minora.erit ergo c ad l secunda diapason.& d ad m tertia.& e ad n quarta.sed per quartam,quintam, sextam atque septimam simul:f ad o similiter continebit quinque tonos & duo semitonia minora.similiter & g ad p & h ad q.erit ergo

go quinta diapason f ad o.sexta g ad p.& septima h ad q.igitur ab b ad k usque continetur septies diapason.atqui primam præbent hypate hypaton & paramese diezeugmenon.& quartam hypate meson & nete diezeugmenon. & septimam mese & nete hyperboleon.hypatas autem mesas,paramesas & netas monstrauit decimaoctaua immobiles atque stabiles.igitur inter illas septem diapason consonantias:diapason ter in immobilibus reperitur. Sed secunda præbent parhypate hypaton & trite diezeugmenon:tertiam lichanos hypaton & paranete diezeugmenõ.quĩtam parhypate meson & trite hyperboleon.sextam lichanos meson & paranete hyperboleon.sed decimanona parhypatas,tritas,lichanas,& paranetas:monstrauit esse mobiles.igitur inter illas septem consonantiæ diapason uices,quater in mobilibus mutabilibusque facta reperitur. quod est totum propositum. Quia autem diuus seuerinus sapientum latinorum disciplinas sectantium primus, quem & in hoc opere quantum ualemus imitamur suis disciplinis non parum adiuti,decimotertio capite quarti suæ musices,species diapente numerando eas quatuor faciat, id introductoriæ factum putetur,ubi præcisam non curauit ueritatem,sed communẽ secutus illic est æstimationem.quod facile ex eius superiori determinatione cognoscitur.hic autem non introductionis sed exacte determinationis locus est.

21 ❡Tessaradecachordi chromatici inter assignatos limites ter itidem diatessaron solum semel immobiliter.bis diapente:semel immobiliter, semelq; partim mobiliter.septies autem diapason: ter vt in diatonico genere immobiliter,quaterq; mobiliter continetur.

| Se. | Apo. | Trise. | Se. | Apo. | Trise. | To. | Se. | Apo. | Trise. | Se. | Apo. | Trise. | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| b | c | d | e | f | g | h | k | l | m | n | o | p | q |

❡Tessaradecachordum ex quatuor tetrachordis constituitur:iccirco sic nuncupatũ, ꝙ quatuordecim chordis,neruis,uoculisue contineatur.dico enim primo quatuordecim chordarum in genere chromatico continue per literas b,c,d,e,f,g,h,k,l,m,n,o, p,q ad hypate hypaton dispositarũ: a primo ad quartum usq; limitem,ter cõtineri diatessaron solum semel immobiliter.Nam per decimam b ad e concinit diatessaron. eritq; b ad e prima diatessaron.sed & quia per eandẽ c ad d est apotome & d ad e trisemitonium:ergo c ad e continet duos tonos.& per undecimam e ad f est semitonium.ergo per sextam tertij c ad f duos tonos & semitonium continens:erit diatessaron.erit igitur c ad f secũda diatessaron.& quia rursus per undecimam e ad f est semitonium minus,& f ad g apotome:ergo e ad g tonus.sed d ad e monstratum est trisemitonium.ergo d ad g continet duos tonos & semitonium: estq; d ad g tertia diatessaron. Et cum prima b ad e sit ab hypate hypaton in hypaten meson. per decimamoctauam sit immobiliter.secunda uero c f,& tertia d g:sunt a parhypate & lichano principaliũ,quæ decimanona patefecit esse mobiles.cõstat ergo pri-

 num.

mum. Secundo dico solum bis intra quintum limitem contineri diapente. quia enim b ad e per immediatae mōstratum est diatessaron. & e ad f, & f ad g simul tonus. ergo per decimamtertiā tertij: b ad g concinit diapente. eritque b ad g prima diapente. ea tamē sex uocibus & nō quinq; explebitur: proprietatem diapente nō seruans. at c ad g non explebit diapente. Nam per modo monstratum: ad diapente cōplementum deerit b ad c semitonium minus. neq; c ad h. Nam per undecimā huius: g ad h continet trisemitonium. at c g ad diapente complementū solum deerat semitoniū minus: superat igitur c h consonantiā diapente completo tono. neq; d h continet diapente. Nam cū c h superet consonantiam diapente integro, completoq; tono: dēpta ergo c d apotome relinquitur d h superans diapēte consonantiā semitonio minore. sed e ad k consonat diapēte: est enim h ad k per duodecimā tonus. sed d ad h per immediate monstratū superat consonantiam diapēte semitonio minore. dempto ergo d e trisemitonio trisemitonio minore: relinquitur e h deficiēs tono a diapēte. addito igitur h k tono fiet diapēte. est itaq; e ad k: secunda diapēte. Ab b igitur ad f quintū limitem: solum bis sumitur diapente. Et cū prima diapente b g sit ab hypate hypaton immobili, ad lichanon meson partim mobilem: fit ergo primo partim mobiliter. At uero cum secunda e k sit ab hypate meson ad paramesen, quæ monstrate sunt immobiles: fit ergo secundo modo immobiliter seruatúrq; secundo modo diapēte proprietas ut de quinto loco in quintū fiat locum. Tertio dico septies fieri diapason: ter immobiliter, quater uero mobiliter. Nam cum b ad e per primam partem huius monstrata sit diatessaron, & per secundam e ad k diapente: ergo per uicesimā tertij b ad k consonat diapason. erit itaque b ad k prima diapason. Præterea quia c ad f fuit inuenta secunda diatessaron, & f g est apotome, g h trisemitonium: ergo f h duo sunt toni & h k tonus & k l semitonium. ergo f l diapente. & c f ut iam dictū est diatessarō. concinit igitur c ad l diapason: eritque c l secunda diapason. & eodē iure d in tertia diapason adiuuante duodecima huius. & e n quarta. f o quinta g p sexta. & h q septima. sed ter fieri immmobiliter & quater mobiliter: eodem modo ut in uicesima monstratur.

¶ In tetradecachordo enarmonico: inter assignatos limites ter diatessaron & septies diapason, vt in præcedentibus continetur. at semel dūtaxat diapente atque immobiliter. 22

| Die. | Die. | Dito. | Die. | Die. | Dito. | Tonus | Die. | Die. | Dito. | Die. | Die. | Dito |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| b | | | e | | | h | k | | | n | | q |
| | c | d | | f | g | | | l | m | | o | p |

¶ Tetradecachordum & tessaradecachordum: idem dicimus. sit igitur b, c, d, e, f, g, h, k, l, m, n, o, p, q, tessaradecachordum enarmonicum. dico primo inter b e ter contineri diatessaron. Nam quia per decimamquintam huius b c d sunt duæ dieses tetartemorie: rit b d semitoniū minus. & d e est ditonus. erit igitur b e prima diatessaro

tessaron. & eodem iure c f secunda. & d g tertia. & quia b e sunt hypate hypaton & hypate meson: fit igitur prima immobiliter. & c d sunt parhypate hypaton & lichanos hypaton mobiles: fit igitur & duobus modis mobiliter. Secũdo dico solũ semel a primo ad quintum limitem fieri diapente: & id quidem immobiliter. nã non fiet diapente b f: quia solam superaddit consonantiæ diatessaron b e diesim tetartemoriam. neque b g: quia solum superaddit consonantiæ diatessaron duas dieses, quæ sunt semitonium minus. neque fiet b h: quia consonantiæ diatessaron superaddit semitonium minus & duos tonos. neque per idem fiet diapente c g aut c h. nam hic abundabit tonus & diesis: illic autem deerit tonus minus una diesi. neque d g. nam deerit tonus. neque d h: nam tonus abundabit. at uero cum c h sit diatessaron. nam e f g due dieses, & g h ditonus, & cum h k sit tonus: erit igitur e k diapente. & cum e sit hypate meson & k paramese, quæ monstrate sunt immobiles. fit igitur inter assignatos limites: solum semel diapente atque immobiliter. Tertio septies fieri diapason ut in diatonicis: ex decimaquinta declaratur, quemadmodum uicesima huius monstrata est.

23 Diatonicæ modulationis: septem modos ordine collocare.

A b c d e f g h k l m n o p

| | | | |
|---|---|---|---|
| R Hypodorius | | | q 7dia |
| S Hypophrygius | Tonus | | q to |
| T Hypolydius | Semito. | A | q ni |
| V Dorius | Tonus | A | q ci |
| X Phrygius | Tonus | A | q mo |
| Y Lydius | semitonium | A | di |
| Z Myxolydius | Tonus | A | |

A b c d e f g h K l m n o p q

Sit a b c d usque ad q pentadecachordum diatonicũ. sit r pro hypodorio pentadecachordum diatonicum a b c d e f g h k l m n o p q grauissimum: quod ut aliorum basis atque fundamentum statuatur. extendo uno tono in acumẽ proslambanomenon pentadecachordi s amplius quam sit proslãbanomenos r: ad quem cæteras uoces suo ordine per quartam & sextam huius, in diatonico modulandi genere subiungo. eritque pentadecachordum s per diffinitionem: hypophrygij modi. similiter extendo proslambanomenon pentadecachordi t semitonio amplius quàm tensus sit proslambanomenos pentadecachordi s: cui tetrachorda per quartam, quintam, & sextam huius ut prius coapto. eritque per diffinitionem: t pentadecachordum hypolydij modi. & proslambanomenon u uno tono extendo amplius quàm hypolydij: cui cæteras uoces suo ordine sequentes in diatonico genere coapto. eritque cõcentus pẽtadecachordi u: per diffinitionẽ dori⁹. & si amplius extẽdo x uno tono: erit pẽtadecachordi x cantus phrygius. & si y semitonio minore: erit eius contentus lydius.

At z amplius extensō uno tono: fiet concentus myxolydius. sicq; factum per diffinitiones patebit propositum.

¶ Quæ diuersorū modorū in aliquo genere fuerit prime vocis ad primam habitudo: ea erit secundæ ad secundam, & tertie ad tertiam, & cuiuslibet totius ad totam similis, eademq; habitudo. 24

| | A b c d e f g h i k l m n . o p |
|---|---|
| R Hypodorius | |
| S Hypophrygius | |
| | q r s t u x A b c d e f g [illegible] i |

¶ Sit a, b, c, d ad p usque pentadecachordū hypodorium in aliquo genere ut diatonico: & q, r, s, & sequentes pentadecachordū hypophrygium. distabitque iccirco q proslambanomenos hypophrygij: ab a proslambanomeno hypodorij modi, acutior uno tono. dico ergo singulas hypophrygij: singulis hypodorij ut hypatas hypatis, parhypatas parhypatis, lichanas lichanis & ita consequentes, similiter tono, toni que proportione distare. Nam cum pentadecachordū a p & pentadecachordū q g, sint utraque a proslambanomeno in neten hyperboleon diatonice extensa: ergo quæ proporti a ad b, ea est per quartam huius q ad r. ergo per tertia secundi arithmetices: permutatim ut a ad q ita b ad r. at a ad q monstratus est esse tonus: igitur & b ad r tonus. & consimiliter de sequentibus ostendatur.

¶ Totus ordo diatonicus pentadecachordi hypophrygii modi: totum hypodorium vnius acumine toni superat. & totus hypolydius eūdem trisemitonio. singule quoque dorii singulas hypodorii diatessaron consonantia. totus vero phrygius consonantia diapente. lydius autē diapente atq; semitonio. & myxolydius diapente atque sesquitono. 25

| | | A b c d e f g h i k l m n o p | |
|---|---|---|---|
| R Hypodorius | | | p 7dia |
| S Hypophrygius | Tonus | | p to |
| T Hypolydius | Semito. A | | p ni |
| V Dorius | Tonus A | | p ci |
| X Phrygius | Tonus A | | p mo |
| Y Lydius | semitonium A | | di |
| Z Myxolydius | Tonus A | | |
| | | A b c d e f g h i k l m n o p | |

¶ Nam proslambanomenos hypophrygij: toni superat acumine proslambanomenon hypodorij. ergo per præcedentem totus hypophrygius ordo totum hypodorium ordinem, toni superat acumine. & quia proslambanomenos hypolydij superat acumine semitonij minoris hypophrygium: ergo idem superat acumine proslambanomenō

hypo

*hypodorium trisemitonio.igitur per præcedentem:totus hypolydius ordo totum hypodorium ordinem trisemitonio superevadit acutior, sed & quia dorius toni acutie uincit hypolydium:ergo dorius duobus tonis & semitonio acutior est hypodorio.ergo per sextam tertij.eo acutior est consonantia diatessaron.quare per præcedentem singulæ dorij singulis hypodorij diatessaron consonantia sonant acutiores.& phrygius addit tonum in acumine dorio:igitur totus phrygius toto hypodorio,diapente consonantia modulatur acutior.& lydius phrygio addit semitonium minus,& mixolydius lydio tonum:igitur lydius hypodorio diapente & semitonio,& mixolydius diapente & sesquitono sonabit acutior.quod totum est propositum.*

26 ¶Hypolydius diatonicus:hypophrygium diatonicum semitonio,& dorius trisemitonio,phrygius diatessaron,lydius diatessaron& semitonio myxolydius diatessaron consonantia, atque sesquitono superevadit acutior.& dorius hypolydio tono,phrygius ditono, lydius diatessaron, & myxolydius diapente.phrygius autem ad dorium sonat tonum,lydius trisemitonium & myxolydius diatessaron,lydius phrygio semitonium,& myxolydius sesquitonum.myxolydius autem lydio:tonum.

*¶Hæc ut præcedens uel quam facillime monstrabitur.*

27 ¶Septem modos chromatice modulationis constituere.

| | | |
|---|---|---|
| | | A b c d e f g h k l m n o p q |
| R Hypodorius | | \| \| \| \| \| \| \| \| \| \| \| \| \| \| \| q 7 |
| S Hypophry. | Tonus | \| \| \| \| \| \| \| \| \| \| \| \| \| \| \| q Chro |
| T Hypolydi. | Semito. | A \| \| \| \| \| \| \| \| \| \| \| \| \| \| q ma |
| V Dorius | Apotome | A \| \| \| \| \| \| \| \| \| \| \| \| \| \| q tici |
| X Phrygius | Trisemitonium | A \| \| \| \| \| \| \| \| \| \| \| \| \| \| q mo |
| Y Lydius | Semitonium | A \| \| \| \| \| \| \| \| \| \| \| \| \| \| \| di. |
| Z Myxolydius | Apotome | A \| \| \| \| \| \| \| \| \| \| \| \| \| \| \| |
| | | A b c d e f g h k l m n o p q |

*¶Facio r pentadecachordum chromaticum per decimam,undecimam, & duodecimam huius:& similiter sex alia scilicet s,t,u,x,y,z.facioque pentadecachordum s tono acutius r.& t,pentadecachordum:semitonio acutius s.u uero:apotomes intervallo acutius t.& x:trisemitonio amplius quam u y:semitonio amplius quam x,& z:apotome transcendere y.dico ergo septem modos chromatice modulationis esse*

ordinatos. non r erit hypodorius. s per diffinitionem hypophrygius chromaticus. t hypolydius. u dorius. x phrygius. y lydius. z myxolydius.

¶ Quo pacto singuli cuilibet inter se chromatici modi respondeant: ostendere. 2

¶ Distat per praecedentem hypophrygius ab hypodorio chromatico: tono & hypolydius ab hypophrygio: semitonio. distat igitur hypolydius ab hypodorio: acutior trisemitonio. & dorius ab hypolydio distat apotome. igitur dorius ab hypodorio. remotus est ditono. phrygius autem ab dorio trisemitonio. igitur phrygius ab hypodorio remouetur tribus tonis & semitonio: hoc est totius consonantiae diapente interuallo. & lydius a phrygio semitonio. igitur lydius ab hypodorio diapente atque semitonio myxolydius ab lydio distat apotome. igitur myxolydius ab hypodorio diapente cōsonantia distat acutior, atque tono. Et hoc pacto de reliquis ex praecedente perfacilis est ostensio. ut hypolydius ab hypophrygio distat semitonio. dorius tono. phrygius diatessaron. lydius diatessaron & semitonio. myxolydius diapente. Dorius a hypolydio distat apotome. phrygius ditono, lydius diatessarō. myxolydius tritono. Phrygius a dorio trisemitonio. lydius tono & duobus semitoniis minoribus. myxolydius uero diatessaron. Lydius a phrygio semitonio. & myxolydius tono. distat autem myxolydius ut iam quoque dictum est: a lydio maiore semitonio. sicque constructum est propositum.

¶ Septem itidem enarmonicos modos ordinare. 2

| | | | A b c d e f g h k l m n o p q | |
|---|---|---|---|---|
| R | Hypodorius | | q | |
| S | Hypophry. | Tonus | q | Enar |
| T | Hypolydi. | Diesis | A q | mo |
| V | Dorius | Diesis | A q | ni |
| X | Phrygius | Ditonus | A q | ci |
| Y | Lydius | Diesis | A | mo |
| Z | Myxolydius | Diesis | A | di. |
| | | | A b c d e f g h k l m n o p q | |

¶ Sint r, s, t, u, x, y, z septem pentadecachorda, & sit per decimamquintam huius r pentadecachordum enarmonicum: intendo proslambanomenon pentadecachordi s uno tono amplius pentadecachordo r. & t diesi amplius quam s. & u diesi amplius quam t. & x ditono amplius quam u. & y amplius diesi x. & z amplius itidem diesi quam y. erunt ergo secundum acumen intensa sex post primum pentadecachorda

da:primo tono,deinde duabus diesibus & ditono,demum duabus diesibus.qui quidem intendendi modus:enarmonice modulationi pecularis propriusque habetur.sūt igitur septem pentadecachorda r,s,t,u,x,y,z: septem enarmonice modulationis modos continentia.quod demonstrari propositum erat.

¶Singulorum enarmonicorum modorum:ad quemlibet habitudines demonstrare.

¶Huius ex præcedenti demonstratio clara esse potest.Primo hypophrygij ab hypodorio distantiam:esse tonum.hypolydij:tonum & diesim.dorij:sesquitonum.phrygij diapente.lydij:diapente ac diesim.myxolydij:diapente & semitonium.secundo hypolydium distare ab hypophrygio.diesi.dorium:semitonio.phrygium:diatessaron.lydium:diatessaron & diesi.myxolydium:diatessaron & semitonio,Tertio dorium ab hypolydio:diesi.phrygium:ditono & diesi.lydium:diatessaron.myxolydium: diatessaron & diesi.Quarto phrygium a dorio:ditono.lydium:ditono & diesi.myxolydium:diatessaron.Quinto lydium a phrygio:diesi.& myxolydium:semitonio. sexto myxolydium distare diesi a lydio. Septem enim modos & non plures adiecit priscorum authoritas Pythagoricorum.Vt enim numerus a monade ad denarium usque uarius crescens progreditur,mox uero sequens denarius unitatis uicem obtinet primamque explicat unitatem eiusdem indiuiduæ monadis consors, & æmulus,qui ad centenarium usque rursus nouenaria progressione se extendit, relapsus tandem in tertiam unitatem: ita quoque uocum dissimilitudo ac uarietas ex quibus instar cælestis harmoniæ concentus humani,modique formantur ad octonarium usque surgit.suntque septem continue uoces inter se uariæ: quibus succedens octonaria uocis plenitudo(primus enim numeralis cubus primáque tessera octonarius) ad primam rursus sonat ut eadem , & ad eam sese habens perinde ac denarius ad unitatem.Et hæc octonaria series in omni modulationis genere sic rata procedit:ut cōtinuè octauo quoque loco octauum per similem sibi & pœne eundem sonus offendat sonum.ita ut ex duobus natiua quadam,concordique affinitate: iam unum sonum & non multos parere uideantur.usque adeo enim se miscent:& mutua se iungunt,copulantque amicitia.Et harum septem uocum quæ grauissima tardissimaque est:Saturno debetur.proxima:Ioui.tertia Marti.quarta:Phæbo.quinta Veneri sexta:Mercurio.septima uero earum acutissima,concitatissimaque: Lunæ. octaua autem:rursum reuoluitur ad Saturnum.nona:ad Iouem decima:ad Martem & hoc pacto consequentes:ut sapiens uoluit antiquitas. Et re uera totius uniuersi harmonia septenario cōpleta est.& hæc 7 in cælo cælestē,in his autē inferioribus corporeā,sensibilemque tēperāt harmoniā.sed hæc magi plenius discutiāt.hic licet cognoscere cur hypermyxolydius,7 pyth.modis haud multū ueniat accōmodādus.



L. of G.

Nam si in diatonico genere myxolydium pentadecachordum pro hypermyxolydio uno tono amplius acuatur: tonus is ubique modus ad hypodorium consonaret diapason, octauusque natus esset sonus, qui ad primum idē, congeneusque naturali affinitate redditur. quare non ab hypodorio primo modo omnifariam uarius putandus est & aeque sit myxolydius intenderetur trisemitonio in chromate & ditono in enarmonio. sed de his forte amplius, quam praesenti negotio par sit: dictum est. Et modi quos adiecere recentiores, ut diuus Gregorius: ab hac modorum antiquitate recedunt. & plaeraque alia quae posteriores musici inculcauerunt. & quae ab illis facile requiras. & nostra quoque tempestate musicum modulamen, atque omnium concinentiam ad celeritatem quandam praecipitemque leuitatem reducere conantur: modestam, grauem seriamque ac decoram concentuum moderationem perparū attendentes a moderatione enim dicti sunt modi. parum item attendentes priscū musices honestatis, grauitatisque decus: qua amentes arreptitiosq; soluebant, sanitates inducebant, feros hominum mores (ut olim Thracius Orphaeus) ad mansuetos & uirtutis callem reuocabant. & ex sensibilium harmonia ad caelestis harmoniae desiderium captiuas animas: tanquam sui iam memores exilij ubertim fluentibus oculis euocabant. hoc enim modorum accommoda mediocritate Pythagorae discipuli faciebant. non enim is inter homines modestior: cuius omnis incessus cursus uidetur. neque is cuius praeceps nimium loquela praesentium ludit intelligentiam. Ita quoque neque ij modestiores modi: qui nimia sui festinantia quasi in uenerea chorea lasciuientes praeterfugiunt auditum. hac enim de causa Pythagorea schola molles chromatis modos repudiauit: & Spartiatae solenni decreto Timothaeum milesium increpuerunt uehementer diatonicos concentus potius approbantes. qui si apte moderentur: uirtutis prae se ferunt modestiam. ut enim nimia tarditate ceu torpore quodam fastidimur inani: ita nimia celeritas mollicem quandam prae se fert inhonestam. medium enim neque celeritate praeceps neque nimia tarditate pigrū: laudabile uirtutisque emulam. quam omnis aetas probauit probaturaque est: & ad quam musici modi tanquam moderationis animi quaedam certe regulae nos perducere debent, & ad diuina mentes nostras iugiter rapere. & faelices ij erunt: qui hoc fine & musicen & omnem mundanam philosophiam quaesierint. neque talibus deesse solet caelestis fauor atque praesidium. qui autem secus faciunt miseri: quales nullos ad quos nostra haec modulationum elementa peruenerint futuros desideramus, quin eis omnis harmoniae uitae decus, feliciter optamus, nostrique uicturos memores.

FINIS.